Recull de problemes

Cangur-99

Recull de problemes **Cangur-98**

Índex

Recull de problemes

Cangur-1999

Cangur-99

18 de març de 1999, us hi esperem!

- Informació sobre les proves **Cangur**: Societat Catalana de Matemàtiques, (SCM), telèfon (93)2701653, fax (93)2701180, adreça electrònica `scm@iec.es` i a la pàgina *web* de l'Institut d'Estudis Catalans, `www.iec.es`, anant per Seccions i Societats Filials cap a la pàgina de la SCM.
- Els logotips del **Cangur** han estat cedits a *Le Kangourou sans frontières* per Raoul RABA, pintor i escultor, premi de Roma 1955.

Presentació

Si teniu afició a navegar per Internet podeu accedir a `www.mathkang.org`, que és la pàgina *web* oficial de *Le Kangourou des Mathématiques* i hi podreu llegir «la filosofia» amb què s'organitzen les proves.

> El joc-concurs «Kangourou des Mathématiques» contribueix a la popularització i a la promoció de les matemàtiques entre el jovent. Es marca com a objectiu estimular i motivar a una àmplia majoria de l'alumnat seguint el programa normal de la seva classe i s'ha de considerar al costat d'altres accions, concursos, olimpíades, ral·lis. Així, l'objectiu de les olimpíades és detectar les persones joves amb més talent de cada país i posar en contacte els que en potència són els grans científics del futur. La finalitat de molts dels ral·lis matemàtics que es fan és motivar l'alumnat i mostrar-li que hom es pot divertir tot reflexionant i «fent matemàtiques», treballant sol o en grup, de vegades conjuntament amb tota la classe. El concurs Kangourou aporta un punt de vista complementari i es recolza en la participació de tothom en una manifestació científica de masses i assegura una àmplia base popular per a aquestes accions. És un joc destinat a atreure el màxim nombre d'alumnes sense buscar cap selecció nacional ni cap comparació entre països. No es demana més que una prova única: res de preselecció, res d'eliminatòries, res de finals.

Aquesta és la idea que va moure la junta de la Societat Catalana de Matemàtiques a introduir a casa nostra el **Cangur** i com que és ben cert que tothom passarà una estona més agradable si sap respondre les preguntes que se li proposen, per ajudar-vos a aconseguir-ho, us adjuntem aquest **Recull**.

Ens agradaria que les alumnes i els alumnes que participin en el **Cangur** sentin el gust per les matemàtiques i tinguin la consciència que, aquell mateix dia i arreu d'Europa, es celebra la *Festa de les Matemàtiques*. Com a fruit de la tasca de tots (el professorat i l'alumnat) i gràcies al suport del Departament d'Ensenyament, de les Universitats catalanes i de l'empresa Pont Reyes, hem pogut arribar a la quarta edició catalana i podem anunciar una notícia interessant pel que fa a l'esperit de col·lectivitat: sota els auspicis de l'Institut Lluís Vives, que aplega les universitats de les terres de parla catalana, el **Cangur** amplia el seu àmbit geogràfic cap a les Illes i al País Valencià.

Una vegada més volem agrair-vos la vostra col·laboració en totes les fases de l'organització i realització de les proves i, molt particularment, per la vostra cura de preparar l'alumnat. Som molt conscients que sense aquesta col·laboració seria impossible tirar endavant el **Cangur**.

La comissió **Cangur** de la SCM

Per què «**Cangur**»?

L'organització francesa de *Le Kangourou* va instaurar el 1991 un concurs de matemàtiques amb aquesta denominació com a homenatge als companys i companyes australians. Allà baix, a Camberra, el professor Peter O'Holloran va inventar, a la segona meitat de la dècada dels 80, una competició única en el seu gènere perquè el seu objectiu és la participació de molts i moltes alumnes, sigui el que sigui el seu nivell escolar.
Actualment aquest objectiu ja s'aconsegueix perquè més de mig milió de joves australians i australianes participen cada any i, alhora, a Europa *Le Kangourou sans frontières* assoleix també un nivell de participació semblant.

Han elaborat aquesta publicació...

Claudi Aguadé, professor de l'Institut Gabriel Ferrater (Reus, Baix Camp)
Francesc Borrell, professor de l'Institut Salvador Espriu (Salt, Gironès)
Emili Creus, professor de l'Institut Salvador Espriu (Salt, Gironès)
Assumpció Echevarría, professora de l'Institut Joan Boscà (Barcelona)
Antoni Gomà, professor de l'Institut Joanot Martorell (Esplugues, Baix Llobregat)
Josep Grané, professor de la Universitat Politècnica de Catalunya.
Pere Nogué, professor de l'Institut Jaume Vicens Vives (Girona)
Jesús del Oso, professor de l'Institut Jaume Vicens Vives (Girona)
Anna Pol, professora de l'Institut Jaume Vicens Vives (Girona)
Montserrat Rasclosa, professora de l'Institut Bernat Metge (Barcelona)
Elisabet Saguer, professora de l'Institut Jaume Vicens Vives (Girona)
Pelegrí Viader, professor de la Universitat Pompeu Fabra (Barcelona)
Sebastià Xambó, professor de la Universitat Politècnica de Catalunya.

- L'equip de redacció agrairà les vostres opinions i suggeriments per tal de millorar aquesta publicació en properes edicions i demana el vostre ajut per enllestir l'edició electrònica del **Recull**. Esperem les vostres notícies per correu electrònic a l'adreça del coordinador de l'edició, `agoma@pie.xtec.es`.

Pàgines de problemes

Per tal d'elaborar aquesta publicació, l'equip de redacció va fer inicialment una llista de «temes clau» i va ponderar la importància que cadascun d'aquests grans temes havia de tenir, segons la seva opinió, en el recull que presentem.

Tot seguit es van sopesar dues opcions per a l'ordenació dels problemes: per temes o bé «a la manera d'exàmens». Com que l'objectiu concret era donar eines per a ajudar en la preparació de les proves **Cangur** es va triar aquesta segona opció i, combinant aquesta idea amb consideracions didàctiques, per a la composició tipogràfica, es va creure que la millor presentació podia ser la «dotzena de problemes», enllaçada amb «l'hora de feina».

Trobareu, doncs, els exercicis agrupats de dotze en dotze, que habitualment caben en una pàgina i per això d'aquesta unitat de treball en direm «Pàgina de problemes».

Recordeu que a les proves Cangur...

- El temps per a la prova és d'una hora i un quart.
- No es permet l'ús de calculadores.
- Es plantegen 30 qüestions, de dificultat creixent i de resposta tancada.
- Les 10 primeres preguntes valen 3 punts cadascuna, les 10 segones tenen una valoració de 4 punts i les 10 darreres, 5 punts cadascuna.
- Inicialment, cada participant té 30 punts; una pregunta sense contestar es puntua amb 0 punts i una resposta incorrecta resta la quarta part de la puntuació que li correspongui.

Tot seguit trobareu 50 *Pàgines de problemes* amb una gradació de dificultat, respecte les quals interessa considerar aquestes idees:

- Pensem que els exercicis «de nivell 1» són bons per a tothom!... perquè un entrenament en les coses bàsiques és fonamental.
- En general els primers exercicis de totes les pàgines poden ser interessants com a exercicis «més difícils» per a alumnes del nivell inferior.
- Potser trobareu algun problema que, per a l'alumnat d'un nivell, es pot considerar com a molt difícil i, en canvi, amb els recursos que es tenen a l'abast en nivells superiors, s'ha de considerar bàsic.

¿Serà, realment, la *Pàgina de problemes* una unitat didàctica escaient per a una hora de treball?

Pensem que sí perquè, durant aquesta estona l'alumnat podrà «pensar» els dotze problemes «al ritme de **Cangur**», que ha de ser necessàriament ràpid, i podrà constatar que *conjecturar i provar* són dos aspectes fonamentals del treball matemàtic.

Després d'aquesta tasca, que pot comportar si fa no fa mitja hora, es podran posar en comú els camins de solució i els resultats obtinguts, contrastar-ne la correcció i, segurament, deixar el camí obert a noves idees o generalitzacions de les situacions estudiades.

Com a ensenyants teniu a les mans un material que esperem que us podrà servir per a ajudar els vostres alumnes i les vostres alumnes a trobar el gust per les matemàtiques.
Si és així (i per què no ha de ser-ho?), haurem assolit el nostre objectiu.

L'EQUIP DE REDACCIÓ

- En cada pàgina s'han numerat les qüestions de l'1 al 12, i amb això es posa l'èmfasi en el fet que cada «dotzena» es pot considerar una unitat de treball.
- Per altra banda s'ha inclòs un codi literal associat amb el nivell o els nivells a què s'adreça:

  P: Nivell elemental, de fonamentació (interessant, sobretot, per a alumnes de nivell 1).

  A: Nivell bàsic (adequat per a alumnes dels nivells 1 i 2)

  B: Nivell mitjà (nivells 2 i 3)

  C: Nivell alt (pensat, en principi, per als nivells 3 i 4)

  E: Pàgines amb alguns exercicis que necessiten recursos especialitzats (nivell 4)

Pàgina P0. Nivell preliminar, (*Écolier*, Cangur internacional)

1.– Mig panet és 6 pessetes més car que un quart de panet. Quantes pessetes val el panet sencer?

(A) 6 (B) 12 (C) 18 (D) 24 (E) 30

2.– Quants nombres diferents s'escriuen de la manera habitual usant tots els dígits 3, 0 i 7 i cadascun una sola vegada?

(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

3.– Quin és el nombre imparell més gran que és divisor de 360?

(A) 3 (B) 5 (C) 9 (D) 25 (E) 45

4.– Quina és la suma de tots els nombres de dues xifres, iguals o diferents, formats emprant 1 i 2?

(A) 33 (B) 50 (C) 55 (D) 44 (E) 66

5.– Trio un nombre; li resto 40; afegeixo 2000 al resultat i obtinc 3250. Quin nombre havia triat?

(A) 2040 (B) 1960 (C) 1290 (D) 3210 (E) 1250

6.– En una caixa hi ha 15 boles de diferents colors: vermelles, negres i blanques. El nombre de boles blanques és 7 vegades més gran que el de boles vermelles. Quantes boles negres hi ha a la caixa?

(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9

7.– La Joana ha fet galetes. Si les reparteix entre 2 amics o entre 3 amics o entre 4 amics sempre li sobra una galeta. Quantes galetes ha fet?

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

8.– Anomenem *suma creuada* la suma de les xifres d'un nombre. (Per exemple, la suma creuada de 1998 és $1+9+9+8=27$.) Quants nombres de tres xifres tenen la seva suma creuada igual a 5?

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30

9.– Si tallem un pastís circular només amb talls rectilinis, quin és el mínim nombre de talls que haurem de fer per dividir-lo en 7 parts (no necessàriament iguals)?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 7

10.– En una cursa participen 31 atletes. El nombre d'atletes que arriben abans que en Joan és quatre vegades més petit que els que arriben més tard. Quin lloc ocupa en Joan en aquesta competició?

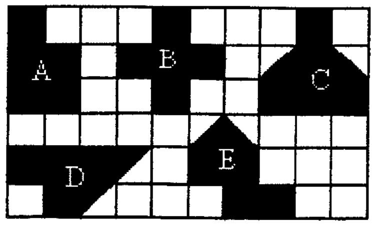
(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 20 (E) 21

11.– Per 4 gelats em falten 80 cèntims, però per 3 gelats em sobren 30 cèntims. Un gelat val...

(A) 10 cèntims (B) 20 cèntims (C) 50 cèntims (D) 70 cèntims (E) 1 euro i 10 cèntims

12.– Amb les tres quartes parts del líquid que cap en un recipient podem omplir un vas i mig. Quants vasos podríem omplir si el recipient estés ple?

(A) un i tres quarts (B) dos (C) dos i mig (D) dos i tres quarts (E) tres



1.– Quina de les figures ombrejades en el requadre de la dreta té àrea diferent de les altres quatre?

(A) (B) (C) (D) (E)

2.– L'Anna i en Blai tenen entre tots dos 120 pomes. L'Anna diu: si trec 28 pomes del meu cistell llavors en tindrem el mateix nombre. Quantes pomes tenen, respectivament l'Anna i en Blai?

(A) 68, 52 (B) 78, 42 (C) 68, 52 (D) 74, 46 (E) 80, 40

3.– L'Eva té 3 germans i 2 germanes. Quants germans i quantes germanes té el seu germà Adam?

(A) 3 germans i 2 germanes (B) 2 germans i 3 germanes (C) 2 germans i 2 germanes
(D) 3 germans i 3 germanes (E) no es pot saber

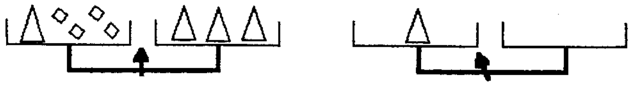
4.– La suma de vuit nombres enters és 1997. Un d'aquests nombres és el 997 però a l'hora de fer la suma amb una calculadora entrem, incorrectament, 799. Quant ens donarà llavors la suma?

(A) 2195 (B) 1799 (C) 1899 (D) 1979 (E) 1998

5.– Quin és el nombre que resulta de sumar 22 milers, 22 centenes i 22 unitats.

(A) 2 222 (B) 22 222 (C) 24 222 (D) 222 222 (E) no es pot fer la suma

6.– A la figura veus dues balances. Què cal posar al balançó buit de la segona per tal d'equilibrar-la?



(A) ⋄ (B) ⋄⋄ (C) ⋄ ⋄ ⋄ (D) ⋄ ⋄ ⋄⋄ (E) una altra resposta

7.– Un rellotge digital mostra les hores i els minuts en notació «24H», per exemple 00:05 o bé 11:11 o 23:18. Quantes vegades durant un dia el nombre que mostra les hores i el nombre que mostra els minuts coincideixen?

(A) 23 (B) 24 (C) 25 (D) 12 (E) 13

8.– En la paraula HISTÒRIA podem anar intercanviant de lloc cada lletra i l'adjacent. Quin és el mínim nombre d'aquests moviments que necessitem per a posar juntes les quatre vocals?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

9.– Des d'un trampolí salto 1 m cap amunt, tot seguit baixo 5 m i em cal remuntar 2 m dins de l'aigua per arribar a la superfície de la piscina. A quants metres l'aigua està situat el trampolí?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) amb les dades donades el trampolí estaria sota l'aigua

10.– Et diuen que l'Antoni té 5 caramels, que la Berta té menys caramels que l'Antoni i que en Carles té tants caramels com l'Antoni i la Berta junts. Quin dels nombres següents pot ser el nombre total de caramels que tenen entre tots tres?

(A) 8 (B).11 (C) 13 (D) 14 (E) 20

11.– En un camp hi ha més de 90 i menys de 100 arbres. La tercera part són pomeres, la quarta part són tarongers i la resta són cirerers. Quants arbres hi ha al camp?

(A) 92 (B) 93 (C) 94 (D) 96 (E) 98

12.– Quina de les igualtats següents és certa posem el nombre que posem enlloc del $\square$?

(A) $3 \times \square + 1 = 4$ (B) $\square : 2 = 0$ (C) $2 \times 3 + 0 \times (1 + \square) = 6$ (D) $(\square - 1) : 2 = 1$
(E) $(13 - 5) : 2 = \square$

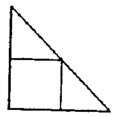
1.– Quants nombres de dues xifres tenen el mateix nombre d'unitats que de desenes?

(A) 2 (B) 5 (C) 6 (D) 9 (E) 10

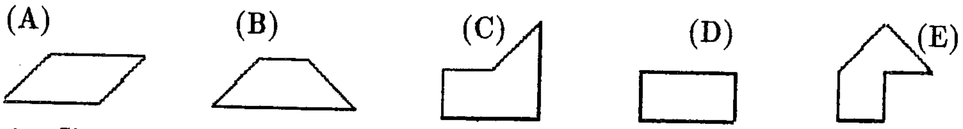
2.– Quin és el màxim nombre de 0 seguits que apareixen quan s'escriu el número cent milions cinquanta mil trenta?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

3.– Quin dels polígons següents no es pot construir ajuntant les tres peces en què s'ha dividit el triangle de la dreta?



(A) (B) (C) (D) (E)



4.– Si sumem mil sumands cadascun d'ells igual a cinc mil cinc cents cinc, el resultat és:

(A) 555 050 (B) 550 500 (C) 55 005 000 (D) 50 505 000 (E) 5 505 000

5.– Amb 1 kg de maduixes i 1 kg de sucre s'ha elaborat 1,5 kg de melmelada. Quants quilos de maduixes compraràs si vols fer 6 kg de melmelada?

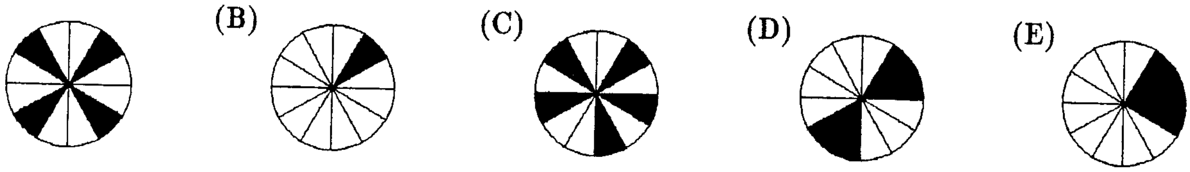
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 5,5 (E) 6

6.– Si mires acuradament aquests dos productes: $12\,345\,679 \times 9 = 111\,111\,111$ i $12\,345\,679 \times 18 = 222\,222\,222$, ben segur que podràs dir ràpidament el resultat de $12\,345\,679 \times 27$.

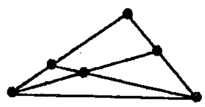
(A) 111 111 111 (B) 333 333 333 (C) 123 456 789 (D) 123 123 123 (E) 444 444 444

7.– En quin dels cercles següents s'ha acolorit un quart de l'àrea total?

(A) (B) (C) (D) (E)



8.– Quants segments hi ha dibuixats a la figura (amb els dos extrems en un punt marcat amb ·)?

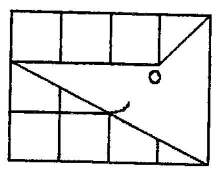


(A) 5 (B) 7 (C) 9 (D) 11 (E) 13

9.– En Joan porta les seves baletes repartides en cinc bosses. En cada bossa hi ha posat un nombre diferent de baletes i cada bossa conté alguna baleta, però no més de 5. Quantes baletes té en Joan?

(A) 12 (B) 15 (C) 16 (D) 30 (E) 39

10.– Quina és l'àrea d'aquest cap de cangur, mesurada en quadradets?

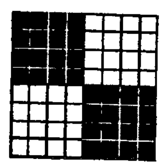


(A) 4 (B) $4\frac{1}{4}$ (C) $4\frac{1}{2}$ (D) 5 (E) $5\frac{1}{2}$

11.– Dobleguem un full de diari per la meitat quatre vegades, canviant cada vegada la direcció del plec. Llavors tallem una de les puntes i, en acabat, desdobleguem el full. Quants forats veurem?

(A) 1 (B) 6 (C) 8 (D) 9 (E) 16

12.– Les caselles d'un tauler de 8×8 estan acolorides de blanc i negre com es veu al gràfic adjunt. Quants quadrats formats per 4 caselles adjacents de l'esmentat tauler tenen tantes caselles blanques com negres?



(A) 1 (B) 5 (C) 9 (D) 13 (E) 16

1.– Quin és el nombre enter positiu més petit, n, tal que $150n$ és un quadrat perfecte?

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 10

2.– El concurs **Cangur** consta de 30 qüestions i té una durada d'una hora i un quart. Si la durada de la prova es volgués escurçar en un quart d'hora però mantenint el mateix temps per resoldre cada qüestió, quantes preguntes caldria formular?

(A) 12 (B) 20 (C) 24 (D) 25 (E) No és possible fer-ho exactament.

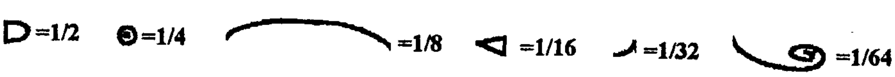
3.– En una avinguda hi ha 10 arbres en fila, separats uniformement una distància de 4 m entre arbre i arbre. Quina és la distància entre el primer i el darrer arbre?

(A) 34 (B) 36 (C) 38 (D) 40 (E) 44

4.– A la botiga del costat de casa 1 litre d'oli costa 2,30 euro. En un super el preu és més barat, 2 euro/litre, però queda força lluny i cal anar-hi amb tramvia. Quin és el mínim nombre de litres d'oli que haurem de comprar perquè ens surti a compte el desplaçament si el bitllet d'anar i tornar costa 1,60 euro.

(A) 10 (B) 8 (C) 6 (D) 2 (E) 1

5.– Al temps dels egipcis cada part de l'ull d'Orus  tenia un cert valor numèric.



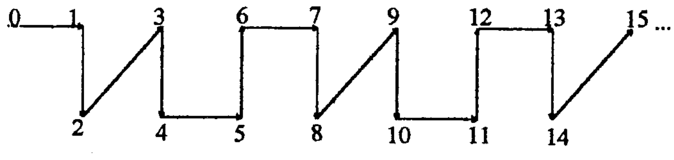
Què li falta a l'ull d'Orus per tenir com a valor la unitat?

(A) Un altre  . (B) Una altra  . (C) Un altre 
(D) No li falta ni li sobra res: és la unitat (E) De fet el seu valor és superior a la unitat

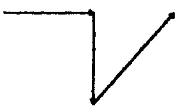
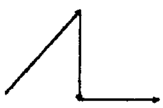
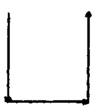
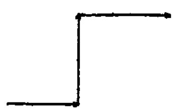
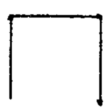
6.– A la classe de llengua cada alumna ha d'escriure 8 redaccions que es puntuen de 2 a 5 punts cadascuna. Quan ja ha escrit 6 redaccions l'Anna té una mitjana de 3,5 punts. Quina hauria de ser la mitjana de les dues redaccions que encara ha de fer per tal que la mitjana final global fos de 4 punts?

(A) $5,5$ (B) 5 (C) $4,75$ (D) $4,5$ (E) És impossible

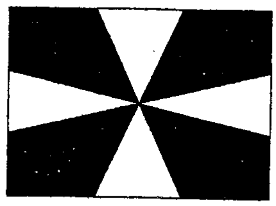
7.– Els nombres enters des del 0 fins al 2003 es col·loquen com es mostra en l'esquema següent:



Quina és la successió de flextes que porten del nombre 2000 al 2003?

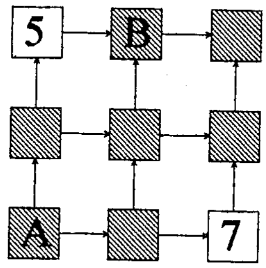
(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

8.– La bandera de senyals que pots veure a la dreta s'ha dibuixat dividint cada costat en tres parts iguals. Quina és la raó entre la part blanca i la part acolorida (és a dir blanca:acolorida)?



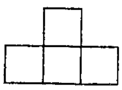
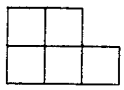
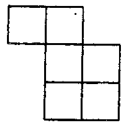
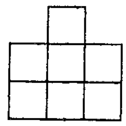
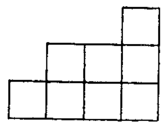
(A) 1 : 1 (B) 1 : 2 (C) 1 : 3 (D) 1 : 4 (E) 2 : 3

9.– Al damunt d'una taula hi tenim situades nou targetes amb els nombres de l'1 al 9 de manera que totes les fletxes van d'un nombre més petit a un altre de més gran. Les targetes estan de cap per avall excepte dues, que mostren els nombres 5 i 7. Quant sumen les cartes indicades com a A i B?



(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 10 (E) No es pot saber

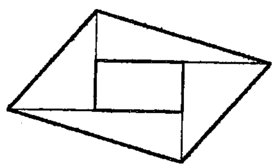
10.– Volem construir un quadrat amb quatre de les cinc peces que es mostren seguidament. Quina peça serà la que no utilitzarem?

(A)

(B)

(C)

(D)

(E)


11.– S'ha descobert que a Mart hi ha vida i que tots els habitants tenen cap. Un científic va assegurar «*Cada habitant de Mart té 2 caps*» però de seguida va haver de reconèixer que estava equivocat. Després de tot això, quina de les proposicions següents encara podem dir que és certa?

(A) Cap habitant de Mart té dos caps.
(B) Tots i cadascun dels habitants de Mart tenen un cap o bé més de dos caps.
(C) Hi ha habitants de Mart amb un sol cap.
(D) Hi ha algun habitant de Mart que té un cap o bé més de dos caps.
(E) Hi ha algun habitant de Mart que té més de dos caps.

12.– Doblem la longitud dels costats d'un rectangle d'àrea 1 tal com es mostra a la figura adjunta i unim els punts resultants per tal de formar un polígon. Quina és l'àrea d'aquest polígon?



(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 9 (E) No es pot determinar

1.– En una classe hi ha 35 alumnes i el nombre de nois i el de noies estan en la relació 3:4. Quants nois hi ha en aquesta classe?

(A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30

2.– Tres treballadors han necessitat 36 dies per realitzar una comanda. Ara ens fan una comanda anàloga però volem acabar-la en 9 dies. Quants treballadors ens caldrà posar a fer la feina, suposant que tots i cadascun treballen igual?

(A) 36 (B) 24 (C) 12 (D) 6 (E) no resulta enter

3.– Quin és el darrer dígit del nombre $1997 \cdot 2^{1997}$?

(A) 0 (B) 8 (C) 2 (D) 4 (E) 5

4.– Quin és el residu de la divisió de 10...0 (un 1 seguit de 1998 zeros) per 15?

(A) 1 (B) 6 (C) 9 (D) 10 (E) 12

5.– L'entrada a un museu europeu costa 0,50 euro per als nois i noies i 1 euro per als adults. El diumenge passat van visitar el museu 500 persones i, entre totes, van pagar 350 euro. Quants adults hi havia entre els visitants?

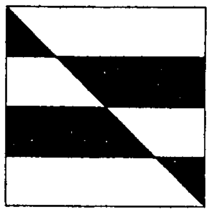
(A) 180 (B) 200 (C) 250 (D) 400 (E) 450

6.– Si K és el 10% de L, L és el 20% de M, M és el 30% de N i P és el 40% de N llavors la raó K/P és igual a:

(A) 7 (B) 3/2 (C) 2/300 (D) 3/200 (E) 1/250

7.– Si el producte de tres nombres naturals, tots tres més grans que 3, és igual a 2187, llavors la suma d'aquests nombres és:

(A) 55 (B) 45 (C) 91 (D) 249 (E) no es pot assegurar



8.– En el quadrat de la figura, que té costat 1, s'han acolorit quatre polígons com es pot veure a la dreta. Quina és l'àrea total de les zones ombrejades?

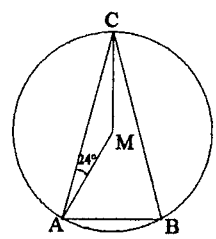
(A) 1/2 (B) 0,5 (C) 1/4 (D) 1/3 (E) 3/8

9.– Una companyia d'avions va transportar durant l'any 1996 un total de 200 mil passatgers. Té expectatives que cada any augmentarà el nombre de passatgers d'un 50%. Si això és així, quin any superarà per primera vegada el milió de passatgers?

(A) 1998 (B) 1999 (C) 2000 (D) 2010 (E) 2100

10.– El resultat de l'operació $1-2+3-4+5-\ldots+1995-1996+1997$ és:

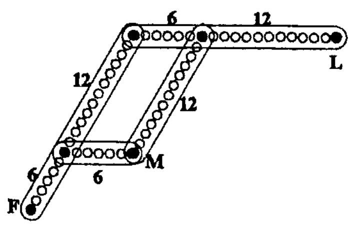
(A) 999 (B) 1000 (C) -1998 (D) 0 (E) 1999



11.– M és el centre del cercle circumscrit al triangle ABC. A més se sap que $AC = BC$ i que $\angle MAC = 24°$. Quina és la mesura de $\angle MAB$?

(A) 30° (B) 40° (C) 42° (D) 48° (E) 66°

12.– Amb peces de Mecanno hem construït un pantògraf, que és un aparell que permet transformar una figura. El punt F es deixa fix, el punt M es desplaça seguint el contorn de la figura original i en el punt L s'hi situa un llapis que dibuixa la figura transformada. La propietat d'aquest aparell prové del fet que la raó de distàncies $\frac{FL}{FM}$, amb les mesures que podeu veure al gràfic, és...



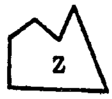
(A) 2 (B) 3 (C) 1/2 (D) 1/3

(E) No es pot saber, depèn de la posició del punt mòbil

1.– Un granger comenta: «Tinc un hort amb cent pomeres plantades en forma rectangular». Quantes formes diferents pot tenir el seu hort?

(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

2.– Quina de les peces inferiors hem d'encaixar amb la peça Z de la dreta perquè resulti un quadrat?

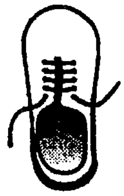


(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

3.– Un cuc va caure en un pou de 10 metres de fondària un dilluns al matí. El cuc puja 2 m durant el dia i rellisca 1 m durant la nit. Quin dia de la setmana aconseguirà sortir del pou?

(A) Dimarts (B) Dimecres (C) Dijous (D) Divendres (E) Dissabte

4.– El cordó d'una sabata està posat de manera que per fora es veu com a la figura gran. De quina de les següents maneres *no es pot* veure el cordó per la part de dintre de la sabata?



(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

5.– Si quan $\square + \bigcirc = 30$, $\square + \triangle + \triangle = 160$ i $\triangle + \bigcirc = 80$, llavors $\square + \triangle + \bigcirc + \bigcirc$ és

(A) 80 (B) 100 (C) 110 (D) 210 (E) 90

6.– L'Anna té 30 alumnes que l'ajuden a recollir pomes. Treballen per parelles, cada parella té un cistell i en cada cistell hi caben 7 kg de pomes. Els nois i les noies omplen cada cistell 3 cops. Quants quilos de pomes han recollit?

(A) 210 (B) 225 (C) 275 (D) 305 (E) 315

7.– La Maria, la seva mare, la seva àvia i la seva nina seuen en un banc. L'àvia seu al costat de la seva neta, però no al costat de la nina. La nina no està al costat de la mare. Qui seu al costat de la mare de la Maria?

(A) La Maria (B) L'àvia (C) La Maria i l'àvia (D) La Maria i la nina (E) L'àvia i la nina

8.– En un partit de futbol l'equip que guanya obté 3 punts, el que perd 0 punts i, en cas d'empat, cada equip guanya 1 punt. El meu equip té 64 punts després de jugar 31 partits dels quals n'ha empatat 7. Quants partits ha perdut?

(A) 0 (B) 5 (C) 19 (D) 21 (E) 24

9.– La diferència entre els nombre a i b és 15, $a-b=15$. Que succeirà amb la diferència si a s'augmenta en 3 unitats i b es disminueix en 2 unitats?

(A) Augmenta en 1 unitat (B) Augmenta en 5 unitats (C) Disminueix en 1 unitat
(D) Disminueix en 5 unitats (E) Depèn dels valors de a i de b

10.– Amb les tres quartes parts del líquid que cap en un recipient podem omplir un vas i mig. Quants vasos podríem omplir si el recipient estés ple?

(A) un i tres quarts (B) dos (C) dos i mig (D) dos i tres quarts (E) tres

11.– En una classe el nombre de nois és el 80% del nombre de noies. Quin tant per cent del nombre de nois representa el nombre de noies?

(A) 90% (B) 110% (C) 125% (D) 150% (E) Depèn del nombre d'alumnes

12.– En Jaumet rep com a paga 40 euros cada 20 dies. Se'n gasta 20 cada 15 dies. Quant tindrà estalviat després de 360 dies?

(A) 180 euros (B) 240 euros (C) 300 euros (D) 360 euros (E) 480 euros

1.– El Sr. Esteve vol celebrar el dia 20000 des del seu naixement. Quants anys farà el Sr. Esteve el dia de l'anniversari que segueixi aquesta celebració?

(A) 5 (B) 54 (C) 55 (D) 77 (E) 100

2.– Lliguem un cordill al voltant de l'equador de la Terra (el radi és de 6400 km), i llavors allarguem el cordill 1 m de manera que mantenim una separació uniforme entre la Terra i el cordill. Quants dels animals següents *no podran* passar entre la Terra i el cordill: una formiga, un gat, un cangur, un tigre i un elefant?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

3.– L'angle en el vèrtex A d'un triangle isòsceles ABC ($AB = AC$) és 22°. Quant mesura l'angle en el vèrtex B?

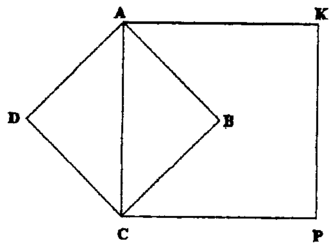
(A) 68° (B) 78° (C) 90° (D) 79° (E) 83°

4.– Un cub està format per 64 cubs petits de color blanc. Pintem la superfície del cub gran de color negre. El nombre de cubs petits que queden completament blancs és

(A) 16 (B) 8 (C) 32 (D) 1 (E) 4

5.– Un dels angles que formen les agulles del rellotge a les $9^{h}\ 20^{min}$ és

(A) 140° (B) 150° (C) 160° (D) 165° (E) 170°



6.– A la figura es veuren dos quadrats, $ABCD$ i $AKPC$. La longitud AB és 1 m. Quina és, en m^2 l'àrea del quadrat $AKPC$?

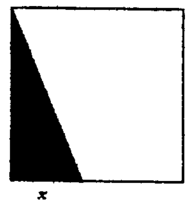
(A) 1 (B) 2 (C) 2,5 (D) 4 (E) 6

7.– La suma de n targetes entre les següents,

$\boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{1}\ \boxed{3}\ \boxed{3}\ \boxed{3}\ \boxed{3}\ \boxed{5}\ \boxed{5}\ \boxed{5}\ \boxed{5}\ \boxed{7}\ \boxed{7}\ \boxed{7}\ \boxed{7}$

és igual a 28. Llavors n **no** pot ser...

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 10



8.– En un quadrat de costat 1 l'àrea de la part blanca és tres cops la de la part ombrejada. Quina és la longitud del segment x?

(A) 1/3 (B) 1/2 (C) 1/4 (D) 2/3 (E) 2/5

9.– Un concentrat de suc de fruita s'ha de disoldre en aigua en una proporció de 1 : 3. ¿Quants litres de suc es podran fer amb 0,62 litres de concentrat?

(A) 1,86 (B) 1,90 (C) 2,48 (D) 2,60 (E) 3,36

10.– Un segment de longitud a es divideix en parts iguals amb 8 punts de divisió, i un segment de longitud b es divideix amb 98 punts de divisió en parts iguals que a més coincideixen en longitud amb les parts del primer segment. Si b és n vegades més gran que a, llavors n és igual a

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

11.– En un triangle ABC, les bisectrius dels angles $\angle ABC$ i $\angle ACB$ es tallen en el punt D. Sabem que $\angle BDC = 150°$. Quin és el valor de $\angle BAC$?

(A) 100° (B) 110° (C) 120° (D) 130° (E) No ho podem saber

12.– Per establir la classificació d'un campionat, A juga contra B i C juga contra D. Els guanyadors d'aquests dos partits jugaran entre ells per decidir qui queda 1r i qui queda 2n; els perdedors dels partits inicials jugaran per veure qui és 3r i qui és 4t. ¿Quantes classificacions diferents es poden donar?

(A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 16 (E) 24

1.– Si separes el nombre 1997 en dos nombres de dues xifres obtindràs dos nombres primers, 19 i 97. Recorda que l'1 no és un nombre primer i decideix quin serà el proper any que tindrà la mateixa propietat que el 1997.

(A) 1999 (B) 2002 (C) 2003 (D) 2301 (E) 2302

2.– El nombre natural compost (no primer) més petit tal que en la seva descomposició no hi surt ni el 2, ni el 3, ni el 5, ni el 7 és:

(A) 97 (B) 143 (C) 169 (D) 121 (E) 101

3.– Si es multiplica un nombre x per $\frac{4}{5}$, el resultat és el mateix que el:

(A) 40% de x (B) 50% de x (C) el 80% de x (D) el 20% de x (E) el 9% de x

4.– Quantes parelles ordenades de nombres enters positius són solució de l'equació $xy = 14$?

(A) infinites (B) 4 (C) són tots els punts d'una recta (D) 8 (E) 14

5.– El polinomi $P(x) = (x+1)^2 - (x+1) + 1$ expressat en potències de x és:

(A) $x^2 - x + 1$ (B) $x^2 - x + 3$ (C) $x^2 + x + 3$ (D) $x^2 + x$ (E) $x^2 + x + 1$

6.– Amb un tros de corda de 40 cm de longitud fem una circumferència. El radi d'aquesta circumferència, expressat en cm, és:

(A) 40π (B) 80π (C) $\frac{20}{\pi}$ (D) $\frac{40}{\pi}$ (E) $\sqrt{\frac{80}{\pi}}$

7.– Cada un dels termes de la successió numèrica 2, 7, 12, 17, 22, ..., augmenta de cinc unitats respecte l'anterior. Semblantment en la successió numèrica 3, 10, 17, 24, 31, ..., l'augment és de 7 unitats. El número 17 hi és en les dues. El següent nombre comú a les dues successions és:

(A) 37 (B) 52 (C) 72 (D) 87 (E) 122

8.– El valor de l'expressió $\left(0.1 + \frac{1}{0.1}\right)^2$ és:

(A) 100.01 (B) 12.1 (C) 102.01 (D) 1.21 (E) 111.1

9.– La fórmula que ens transforma graus Fahrenheit a Celsius és $C = \frac{5}{9}(F - 32)$. Quina és la temperatura, en graus Fahrenheit, quan en un termòmetre Celsius llegim 10°?

(A) 42 (B) 50 (C) 67 (D) 70 (E) 72

10.– Dos trens de la mateixa longitud circulen per vies paral·leles, a la mateixa velocitat, i en sentit contrari l'un de l'altre i triguen un minut a encreuar-se completament (és a dir, des que coincideixen els caps fins que coincideixen les cues). Quant de temps trigarien a encreuar-se dos trens el doble de llargs que anessin a la mateixa velocitat que els anteriors?

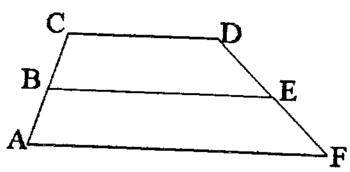
(A) 15 s (B) 30 s (C) 1 min (D) 2 min (E) 4 min

11.– La longitud d'una circumferència és de 100 cm. El costat del quadrat inscrit en aquesta circumferència, expressat en cm, és;

(A) $\frac{25\sqrt{2}}{\pi}$ (B) $\frac{50\sqrt{2}}{\pi}$ (C) $\frac{100}{\pi}$ (D) $\frac{100\sqrt{2}}{\pi}$ (E) $50\sqrt{2}$

12.– La figura $ACDF$ és un trapezi. Els punts B i E són els punts mitjans dels segments AC i DF, respectivament, i $AF = 2 \cdot CD$. La raó de l'àrea de $ACDF$ a la de $BCDE$ és:

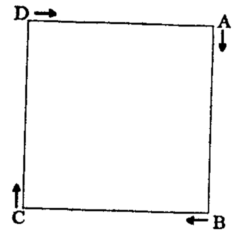
(A) $\frac{9}{4}$ (B) $\frac{12}{5}$ (C) $\frac{13}{6}$ (D) $\frac{16}{7}$ (E) 2



1.– Un metge recepta 5 pastilles a un malalt que n'haurà de prendre una cada hora i mitja. Si el malalt segueix les indicacions del metge, quant de temps li duren les pastilles:

(A) 6 hores (B) 7 hores i mitja (C) 5 hores (D) 7 hores (E) 6 hores i mitja

2.– El costat d'un quadrat és d'1 km. Quatre persones surten respectivament dels vèrtexs A, B, C i D en sentit horari. La persona que surt de D camina a una velocitat de 1 km/h, la que surt de C a 2 km/h, la de B a 3 km/h i la d'A a 4 km/h. Quina persona arribarà abans al vèrtex A?



(A) la que surt d'A (B) la que surt de B (C) la que surt de C
(D) la que surt de D (E) Totes arriben igual

3.– Quin dels nombres següents és múltiple de 6 però no ho és de 9?

(A) 18 (B) 312 (C) 342 (D) 36 (E) 9234

4.– En un trapezi la base major és el triple de la base menor. Calculeu la relació d'àrees del triangle gran respecte al triangle petit en què una diagonal divideix el trapezi.

(A) 3 (B) 9 (C) $\sqrt{3}$ (D) 1 (E) no es pot saber

5.– La suma de les xifres de l'any 1997 és 26, $1+9+9+7=26$. Quants anys entre 1900 i 1999 tenen la propietat que la suma de les seves xifres és 26?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

6.– Quin és el resultat de la divisió $0.009 \div 0.0003$?

(A) 3 (B) 30 (C) $\dfrac{3}{10}$ (D) $\dfrac{3}{100}$ (E) cap de les anteriors

7.– Un noi que mesura 180 cm fa una ombra de 80 cm. En el mateix instant un edifici fa una ombra de 12 m. Quina altura té l'edifici?

(A) Depèn de l'hora que sigui (B) 112 m (C) 54 m (D) 27 m (E) Cap de les anteriors

8.– Siguin α_1 i α_2 les arrels del polinomi x^2+2x-2. El valor de $\alpha_1+\alpha_2-6\alpha_1\alpha_2$ és:

(A) 14 (B) 10 (C) -14 (D) -10 (E) 5

9.– Si $P(x)=(x^2-x-1)^{1997}+(x^2-x-1)^{1996}$ llavors la suma dels coeficients de $P(x)$ és:

(A) 0 (B) 1997 (C) -2 (D) 1996 (E) -1997

10.– L'Alba, la Laura i la Clara tenen 9, 10 i 11 anys, no necessàriament en aquest ordre. L'Alba juga a bàsquet. La que juga a tennis no és pas la gran i és cosina de la Laura. La petita fa natació. Què pots assegurar amb aquestes dades?

(A) La Clara té 11 anys i juga a tennis (B) La Laura té 11 anys
(C) La Clara té 10 anys i juga a tennis (D) L'Alba té 10 anys (E) La que juga a tennis té 11 anys

11.– Dos cercles tenen per diàmetre PS i QR respectivament. Si $PS=3QR$, la raó de l'àrea del primer cercle a l'àrea del segon és:

(A) $9:1$ (B) $4:1$ (C) $\pi:1$ (D) $3:1$ (E) $2:1$

12.– En un heptàgon regular es tracen les dues diagonals que van d'un vèrtex als vèrtexs que determinen el costat oposat. Quines figures es determinen? (has de donar la resposta més precisa)

(A) dos quadrilàters i un triangle isòsceles (B) dos rombes i un triangle isòsceles
(C) dos romboides i un triangle isòsceles (D) dos trapezis isòsceles i un triangle isòsceles
(E) cap de les anteriors

1.– Quin d'aquests nombres és un quadrat perfecte?

(A) 848 (B) 843 (C) 842 (D) 576 (E) 567

2.– En un trapezi isòsceles s'uneixen els punts mitjans dels costats. Quina figura resulta?

(A) rectangle (B) quadrat (C) rombe (D) trapezi (E) cap de les anteriors

3.– Observeu que $2^2 - 1^2 = 3$, $4^2 - 3^2 = 7$, $6^2 - 5^2 = 11$, etc.
La suma de $10^2 - 9^2 + 8^2 - 7^2 + 6^2 - 5^2 + 4^2 - 3^2 + 2^2 - 1^2$ és:

(A) 5 (B) -55 (C) -5 (D) 25 (E) 55

4.– Quin és el màxim nombre de punts d'intersecció entre les arestes d'un paral·lelepípede (enteses com a segments) i un pla no paral·lel a cap de les arestes?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) depèn del paral·lelepípede

5.– Si tots els costats d'un quadrat augmenten d'un 20%, l'àrea augmenta d'un:

(A) 80% (B) 40% (C) 20% (D) 60% (E) 44%

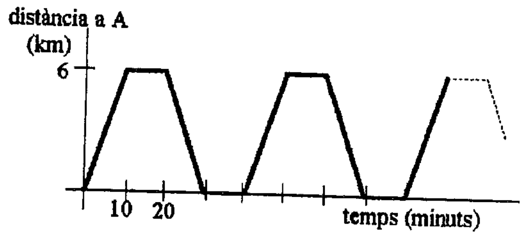
6.– En un hexàgon regular es tracen dues diagonals des d'un vèrtex a dos altres vèrtexs consecutius. Quin angle formen aquestes diagonals?

(A) 15° (B) 20° (C) 30° (D) 40° (E) 60°

7.– Quina és la potència més alta de 3 que és un divisor del nombre
$20 \times 21 \times 22 \times 23 \times 24 \times 25 \times 26 \times 27 \times 28 \times 29 \times 30$?

(A) 3^4 (B) 3^3 (C) 3^6 (D) 3^{10} (E) 3^2

8.– Un autobús fa el recorregut A-B-A-... El gràfic dóna la distància que hi ha entre el punt de sortida A i l'autobús en qualsevol moment. L'autobús comença el servei a les 3 del matí i acaba a les 10 de la nit. A les 10 h 5 min del matí, on es troba l'autobús?



(A) al punt A (B) a mig camí entre B i A, tornant cap a A
(C) a 2 km del punt A
(D) a mig camí entre A i B, anant cap a B (E) al punt B

9.– Es col·loquen els nombres enters més grans que l'1 en les columnes A, B, C, D i E com es pot veure. La columna on hi haurà el 1000 és:

A	B	C	D	E
		2	3	4
7	6	5		
		8	9	10
13	12	11		
		14	15	16
19	18	17		

....

(A) (B) (C) (D) (E)

10.– Si N és el producte de tres nombres enters consecutius més grans que 5, quin dels nombres següents es el més gran que segur que és divisor de N?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 12

11.– Quantes unitats augmenta la longitud d'una circumferència si s'augmenta en π unitats el diàmetre?

(A) $\dfrac{1}{\pi}$ (B) π (C) $\dfrac{\pi^2}{2}$ (D) π^2 (E) 2π

12.– Si $y = \dfrac{x-2}{x+1}$ aleshores x és:

(A) $\dfrac{2+y}{1-y}$ (B) $\dfrac{y-2}{y+1}$ (C) $\dfrac{y+2}{y+1}$ (D) $\dfrac{y+2}{y-1}$ (E) $\dfrac{2-y}{1-y}$

1.– El valor de $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + ... + 99 - 100$ és:

(A) -50 (B) -49 (C) 0 (D) -100 (E) -150

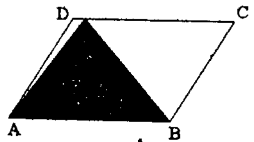
2.– Posem una moneda al damunt d'una taula. ¿Quantes monedes iguals podem posar al seu voltant, cada una d'elles tangent a la primera i a dues de les que hi posem?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 12

3.– Els nombres en base 2 s'escriuen només amb els signes 0 i 1. Els primers nombres en base 2 són doncs $1_{(2}, 10_{(2}, 11_{(2}$, etc... El nombre que en base 2 s'escriu $111_{(2}$, correspon al nombre que en base 10 és:

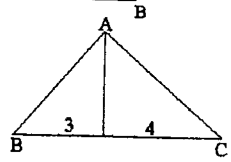
(A) 3 (B) 111 (C) 6 (D) 7 (E) 8

4.– L'àrea ratllada és 10 cm^2. Quina és l'àrea del paral·lelogram $ABCD$?



(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20 (E) no es pot saber

5.– El triangle ABC de la figura és rectangle en A. La seva àrea val:



(A) $7\sqrt{3}$ (B) 6 (C) $7\sqrt{2}$ (D) $12\sqrt{3}$ (E) Depèn de l'altura

6.– Es compleix que $13 \times 13 = 169$ és a dir que 169 és un quadrat perfecte. Si es fan totes les possibles ordenacions de les xifres de 169 quants quadrats perfectes resulten en total?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) tots els nombres que resulten són quadrats perfectes

7.– Quin és, expressat en graus sexagessimals, l'angle que formen dues diagonals de dues cares d'un cub traçades des d'un mateix vèrtex?

(A) 90 (B) 120 (C) 60 (D) 45 (E) cap de les anteriors

8.– Una estrella és a $2,4 \times 10^6$ anys llum. Quants anys estaria a arribar-hi un coet que viatgés a una velocitat igual a la meitat de la velocitat de la llum?

(A) $1,2 \times 10^3$ (B) $1,2 \times 10^6$ (C) $4,8 \times 10^6$ (D) $4,8 \times 10^{12}$ (E) cap de les anteriors

9.– Si es divideix un nombre enter d'a xifres per un nombre enter de b xifres i dóna exacte, el nombre q de xifres del quocient és:

(A) $q = a - b$ (B) $q = a - b + 1$ (C) $q \leqslant a - b + 1$ (D) $q \geqslant a - b$ (E) C i D alhora

10.– Quin és el nombre més gran de quatre xifres de la forma $7yx4$ que sigui divisible per 11?

(A) no n'hi ha cap (B) 7304 (C) 7994 (D) 7964 (E) 7194

11.– Els nombres enters positius es van col·locant de la manera com mostra el diagrama adjunt. Quin número haurem posat en la intersecció de la fila 61 i la columna 23?

1				
2	3			
4	5	6		
7	8	9	10	
11	12	13	14	15

(A) 2010 (B) 1900 (C) 1870 (D) 1862 (E) 1853

12.– Les 2/3 parts d'una classe han aprovat amb una mitjana de 6,3. De la resta, la meitat tenia una mitjana de 4,2 i l'altra meitat de 2,4. La mitjana de la classe és:

(A) $2,5$ (B) $4,3$ (C) no es pot saber, depèn del nombre d'alumnes (D) $5,3$ (E) 4

1.– Si s'uneixen els punts $A(3,4)$, $B(4,3)$, $C(-3,-4)$, $D(3,-4)$ i $E(4,-3)$ mitjançant segments, quin és paral·lel a l'eix d'abscisses?

(A) AD (B) BE (C) BC (D) CD (E) AB

2.– L'àrea d'un cercle és de 9π unitats quadrades. El diàmetre del cercle, en unitas lineals, és:

(A) 9 (B) 3 (C) $\frac{3}{2}$ (D) $\frac{9}{2}$ (E) 6

3.– Volem dividir exactament un rectangle de dimensions 12 cm×30 cm en quadrats que tinguin com a costat un nombre enter de cm. Amb quantes mides diferents dels quadrats ho podem fer?

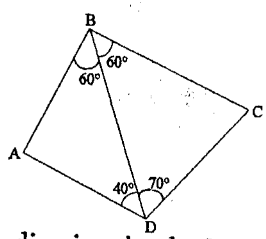
(A) 360 (B) 6 (C) 4 (D) 1 (E) 10

4.– En quina xifra acaba 1997^{1998}?

(A) 1 (B) 3 (C) 7 (D) 9 (E) no es pot saber sense calculadora

5.– En el diagrama adjunt, quin és el segment més llarg?

(A) AB (B) BC (C) CD (D) DA (E) BD

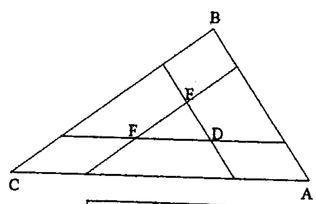


6.– Un capital augmenta el primer any de 4 a 8 milions i després, el segon any, disminueix de 8 a 4 milions. Quin increment i quin decrement s'han produït, respectivament, en aquests dos anys?

(A) Augmenta un 50% i disminueix un 100% (B) Un 100% i un 50% (C) Un 100% i un 100% (D) Un 50% i un 50% (E) Un 200% i un 100%

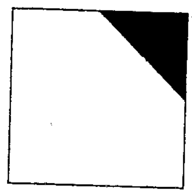
7.– Les rectes EF, FD i DE són paral·leles als costats del triangle ABC i determinen sobre cada costat segments que estan en raó 1:2:1. La raó entre les àrees dels triangles ABC i DEF val:

(A) 15 (B) 16 (C) $15\sqrt{2}$ (D) $16\sqrt{2}$ (E) Cap de les anteriors



8.– Sobre dos costats d'un quadrat es marquen els punts mitjans i es dibuixa la figura adjunta. L'àrea de la part ombrejada, respecte de l'àrea del quadrat total és:

(A) 25% (B) 12,5% (C) 10% (D) 20% (E) 30%



9.– Observes que amb n rajoles quadrades d'1 dm^2 cadascuna has pogut construir un quadrat. Quàntes rajoles calen per construir un quadrat que tingui una unitat més de costat que l'anterior?

(A) $n+1$ (B) $n+2\sqrt{n}+1$ (C) n^2+1 (D) n^2+n (E) n^2+2n+1

10.– El valor de l'expressió $\left(1+\frac{1}{10}\right)^5$ és:

(A) més petit que 1 (B) 1 (C) 1.00001 (D) 1.5 (E) més gran que 1.5

11.– Si N és un nombre divisible per a i per b, quina de les següents afirmacions és sempre certa?

(A) N és divisible per $a \times b$ (B) N és divisible per $a \times b$ si a i b no tenen factors en comú. (C) N és divisible per $a-b$ (D) N és divisible per $a+b$ (E) N és múltiple de $\frac{a}{b}$

12.– Si una recta talla l'eix OX en el punt $(a,0)$ i l'eix OY en el punt $(0,b)$ i un punt d'aquesta recta és (2,1), aleshores:

(A) $a(b-1)=2b$ (B) $a=2b$ (C) $b=2a$ (D) $b(a-1)=2a$ (E) Cap de les anteriors

1.– Si la línia $kx + 2y - 3 = 0$ passa per $(-5{,}9)$, quin és el valor de k:

(A) -1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 2 (D) 3 (E) 5

2.– L'àrea d'un cercle de radi $\dfrac{1}{\pi}$ és:

(A) π (B) 1 (C) $\dfrac{1}{\pi}$ (D) 2 (E) cap de les anteriors

3.– Quin és el valor de $(\sqrt{12} - \sqrt{3})^2$?

(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 12 (E) cap de les anteriors

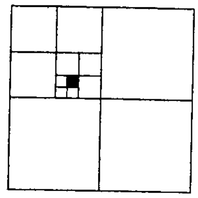
4.– Digues quina de les següents afirmacions és incorrecta:

(A) Dos triangles amb dos angles corresponents iguals són semblants
(B) Tots els triangles equilàters són semblants
(C) Tots els triangles rectangles són semblants
(D) Un triangle de costats 5, 4, 2 i un altre, de costats 16, 8, 20 són semblants
(E) Tots els quadrats són semblants

5.– El polinomi $P(x) = x^2 + bx + c$ en dividir-lo per $x + 1$ dóna residu 2 i en dividir-lo per $x + 2$ dóna residu 4. El valor de $P(1)$ és:

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0

6.– En la figura, la raó de l'àrea del quadrat ombrejat al quadrat gran és:

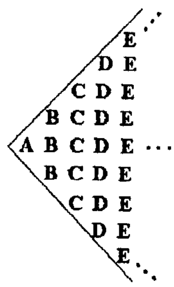


(A) $\dfrac{1}{256}$ (B) $\dfrac{1}{13}$ (C) $\dfrac{1}{128}$ (D) $\dfrac{1}{64}$ (E) Cap de les anteriors

7.– En un quadrilàter s'uneixen els punts mitjans dels costats i resulta un paral·lelogram. Què es pot assegurar del quadrilàter inicial?

(A) que és un paral·lelogram (B) que és un quadrat
(C) que és un rombe (D) que és un trapezi
(E) cap de les anteriors

8.– Si l'esquema de la dreta es continua, el nombre de lletres en la columna K serà:



(A) 10 (B) 11 (C) 19 (D) 21 (E) 23

9.– Un jugador d'hoquei, després d'haver jugat uns quants partits, portava una mitjana de 1,25 gols per partit. Al cap de dos partits més, ha fet 3 gols més i ha augmentat la mitjana fins a 1,3 gols per partit. El nombre total de partits que ha jugat és

(A) 8 (B) 10 (C) 40 (D) 60 (E) no es pot saber del cert, hi ha moltes possibilitats

10.– Quants divisors positius té el número 540, sense comptar l'1 ni el 540?

(A) 24 (B) 15 (C) 20 (D) 6 (E) 22

11.– Quin és l'ordre de magnitud de $\dfrac{455.38 \times 98{,}99}{0.0333 \times 0.135}$?

(A) centenes (B) milers (C) centenars de milers (D) desenes de milions (E) bilions

12.– En un triangle els costats mesuren 18, 24 i 30 cm. La distància del punt mitjà del costat més curt al costat més llarg, en cm, és:

(A) $\dfrac{35}{6}$ (B) $7{,}2$ (C) 12 (D) $8{,}2$ (E) No es pot calcular

1.– El 0,1% de 1000 és:

(A) 1 (B) $0,1$ (C) 10 (D) $0,01$ (E) 100

2.– Quin d'aquests nombres és una potència de 7?

(A) 539 (B) 147 (C) 2401 (D) 56 (E) 21

3.– Un autobús passa cada 10 minuts i un altre cada 6 minuts per una determinada parada. Si els dos autobusos han coincidit a la parada a les 3 de la tarda, a quina hora tornaran a coincidir per primera vegada?

(A) 30 min (B) a dos quarts de 3 (C) a les 4 de la tarda (D) a dos quarts de 4 de la tarda (E) 30

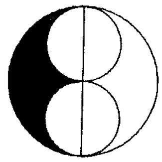
4.– Si es substitueix x per -2 en l'expressió $x^3 - 4x^2 - kx - 20$ el resultat és zero. Aleshores k és:

(A) 5 (B) 18 (C) 20 (D) 22 (E) 24

5.– Si x és un nombre múltiple de 4 i y és múltiple de 6, quines afirmacions són certes?
1. El producte xy és múltiple de 2.
2. El producte xy és múltiple de 3.
3. El producte xy és múltiple de 4.
4. El producte xy és múltiple de 6.
5. El producte xy és múltiple de 24.

(A) Només la 3 (B) La 2 i la 3 (C) La 2, la 3 i la 4 (D) Cap (E) Totes

6.– La relació de l'àrea ombrejada respecte l'àrea del cercle gran, en la figura que podeu veure a la dreta, és:



(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{\pi}{5}$ (D) $\frac{1}{\pi}$ (E) $\frac{1}{2\pi}$

7.– Per travessar un riu, dos homes i dos nois disposen d'una barca que només pot aguantar el pes d'un sol home o dels dos nois. Quin és el nombre mínim de trajectes que ha de fer la barca d'una vora a l'altra del riu fins que aconsegueixin passar tots quatre?

(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 11

8.– Una persona enrajola un pati. Durant la primera hora col·loca x rajoles; després de la segona hora té posades $2x$ rajoles; després de la tercera, $4x$ rajoles; després de la quarta, $8x$ rajoles i així successivament. Si en 20 hores ha enrajolat tot el pati, quant ha trigat a enrajolar-ne la meitat?

(A) 5 hores (B) 10 hores (C) 15 hores (D) 19 hores (E) No es pot saber

9.– La relació d'àrees d'un hexàgon regular i un triangle equilàter és 6. Quina és la relació del perímetre de l'hexàgon respecte el perímetre del triangle?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) cap de les anteriors

10.– El polinomi $P(x) = x^2 + 6x + n$ té una arrel que té valor doble que l'altra. El coeficient n és:

(A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6 (E) 5

11.– Els nombres 1, 2, 3 i 4 es situen en les caselles de la figura de la dreta de tal manera que en cada fila, en cada columna i en cada diagonal apareixen els quatre nombres sense repetir-se'n cap. La suma dels nombres en les dues caselles marcades amb un asterisc (*) és:

1	2	3	4
4			1
*	*		

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

12.– Un disc circular de diàmetre D es posa sobre un tauler d'escacs d'amplada D (8×8 caselles) de manera que els centres coincideixin. Quantes caselles queden completament cobertes pel disc?

(A) 48 (B) 44 (C) 40 (D) 36 (E) 32

1.– Representem mitjançant el símbol $[abc]$ el valor total de a monedes de cinc duros, b duros i c pessetes, sense que mai es puguin considerar més de 4 monedes de pesseta ni més de 4 duros. Quant és el doble de [134]?

(A) [268] (B) [213] (C) [323] (D) [413] (E) cap de les anteriors

2.– Un pal vertical de 1 m 80 cm d'altura projecta una ombra d'1 m 20 cm. Quina longitud tindrà, a la mateixa hora l'ombra de la torre d'una catedral que fa 78 m d'altura?

(A) 117 m (B) 52 m (C) 39 cm (D) 1 m 17 cm (E) 52 cm

3.– Quantes vegades apareix la xifra 2 en els nombres compresos entre 100 i 199:

(A) 10 (B) 11 (C) 19 (D) 20 (E) 21

4.– Una piràmide té per base un polígon de n costats. Si A és el nombre d'arestes de la piràmide i C és el nombre de cares, quant és $A - C$?

(A) 2 (B) $n-1$ (C) n (D) $n+1$ (E) depèn de si el polígon és regular o no

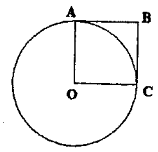
5.– Un maó pesa 4 kg. Les peces d'un joc de construcció es fan a escala 1:10 i són del mateix material que les reals. Quant pesarà en aquest joc la representació del maó anterior?

(A) 4 mg (B) 4 dg (C) 4 g (D) 40 g (E) 400 g

6.– Quin és el resultat de la divisió $0.0001 \div 0.2$?

(A) 5×10^{-4} (B) 5×10^{-3} (C) 5×10^{-2} (D) 5×10^{-1} (E) cap de les anteriors

7.– L'àrea del quadrat $OABC$ és de 16 unitats quadrades. L'àrea del cercle de centre O i radi OA, en unitats quadrades, és:



(A) 8π (B) 16π (C) 4π (D) 16 (E) 64π

8.– La recta que uneix els punts $(-1,1)$ i $(3,9)$ talla l'eix OX en el punt d'abscissa:

(A) $\frac{-3}{2}$ (B) $\frac{-2}{3}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) 2 (E) 3

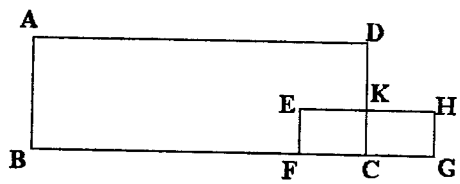
9.– Quin dels nombres següents és el producte de tres nombres enters consecutius?

(A) 21000 (B) 1430 (C) 1716 (D) 42 (E) 30

10.– Si $x + \frac{1}{x} = 3$ llavors $x^2 + \frac{1}{x^2}$ és:

(A) 11 (B) 9 (C) 7 (D) $2 + 3\sqrt{7}$ (E) $1 + 4\sqrt{7}$

11.– Els rectangles $ABCD$ i $EFGH$ són semblants i es satisfà la igualtat $\frac{DK}{KC} = \frac{3}{2}$. Si α és l'àrea de $ABCD$ i β és l'àrea de $EFGH$, es compleix:



(A) $\alpha = \frac{9}{4}\beta$ (B) $6\beta = \alpha$ (C) $4\alpha = 25\beta$ (D) $9\alpha = 4\beta$
(E) Cap de les anteriors.

12.– Considereu el polinomi $P(x) = x^2 + x + 1000$. El valor de $P(1997) - P(1996)$ és:

(A) 2 (B) 3994 (C) 3992 (D) 1 (E) 1002

1.– Un equip de futbol disposa de 20 jugadors. Inicialment no té cap jugador lesionat, però a cada partit es lesiona un jugador, que llavors està 4 partits sense poder jugar. Quants lesionats hi ha abans de començar el 5è partit i abans del 17è partit, respectivament?

(A) 4 i 17 (B) 4 i 5 (C) 4 i 4 (D) 5 i 17 (E) 4 i 16

2.– En un triangle rectangle un angle agut fa 50° més que l'altre. Quant fa l'angle més petit?

(A) 10° (B) 20° (C) 40° (D) 50° (E) cap de les anteriors

3.– Si la meitat d'un nombre s'incrementa en 15, el resultat és 39. El nombre original és:

(A) 12 (B) 27 (C) 48 (D) 54 (E) 108

4.– L'àrea més gran d'un triangle que es pot inscriure en un semicercle de radi r és:

(A) r^2 (B) r^3 (C) $2r^2$ (D) $2r^3$ (E) $\frac{1}{2}r^2$

5.- Un examen té tres parts, que es puntuen cadascuna sobre 10. Per obtenir la nota final es fa una mitjana ponderada, en la qual les notes de la primera i la segona part tenen el mateix pes i la nota de la tercera part val el doble que les altres. Si obtens unes notes de 4, 5 i 7, la nota final és

(A) 5,4 (B) 5,75 (C) 7,7 (D) 5,3 (E) 6

6.– El grau del polinomi $P(x) = (x^2+1)^{1997}$ és 3994. Quantes solucions reals té l'equació $P(x) = 0$?

(A) 1997 (B) 3994 (C) 2 (D) 0 (E) Un altre nombre

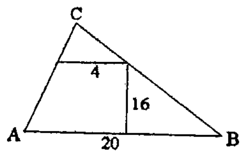
7.– L'Adelaida està escrivint consecutivament els nombres enters de l'1 al 999. Una trucada telefònica la fa aturar. Ha escrit 288 dígits. Quin és l'últim número que ha pogut escriure sencer?

(A) 210 (B) 145 (C) 132 (D) 125 (E) 123

8.– Una persona es compra un televisor amb un 20% de descompte. Si després el ven al preu que tenia sense el descompte, quin tant per cent hi ha guanyat aquesta persona?

(A) ni hi ha guanyat ni hi ha perdut (B) 10% (C) 15% (D) 20% (E) 25%

9.– El valor de l'altura sobre el costat AB del triangle ABC de la figura és:



(A) 3,2 (B) 19,2 (C) 8 (D) 2 (E) Cap dels anteriors

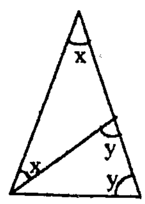
10.– Es construeix una pila de taronges de manera que a la base es fa un rectangle de $4 \times 6 = 24$ taronges. Després es posa una segona capa de manera que cada taronja es recolzi damunt de quatre taronges. Es van fent capes fins que al cim quedi només una fila de taronges. Quantes taronges té en total aquesta pila?

(A) 50 (B) 72 (C) 96 (D) 24 (E) 32

11.– Dos trens de la mateixa longitud estan un minut a encreuar-se completament (és a dir des que coincideixen els caps fins que coincideixen les cues) quan circulen tots dos a la mateixa velocitat per vies paral·leles en sentits contraris. Quants segons trigarien a encreuar-se si un d'ells doblés la seva velocitat?

(A) 15 (B) 20 (C) 30 (D) 40 (E) 60

12.– El triangle de la figura és isòsceles i està dividit en dos triangles que també són isòsceles. L'angle x val:



(A) 30° (B) 33° (C) 36° (D) 38° (E) 40°

1.– La diferència entre els radis de dos cercles és de 10 cm. La diferència, en centímetres, entre les seves circumferències és:

(A) 10 (B) 20 (C) 20π (D) 10π (E) 100

2.– Quin és el nombre que dividit per 35 dóna de quocient 2 i residu 5.

(A) no es pot saber (B) 75 (C) 390 (D) $\frac{35}{2}+5$ (E) $35\times5+2$

3.– El 10% d'un 10% d'una certa quantitat representa, respecte d'aquesta quantitat, el:

(A) 100% (B) 20% (C) 11% (D) 1% (E) No es pot saber

4.– En un mapa topogràfic de Catalunya, d'escala 1:250000, s'ha mesurat l'amplada del Golf de Roses entre la Punta Falconera i la Punta del Bol Roig i ha resultat ser de 56 mm. La distància real entre les dues puntes és:

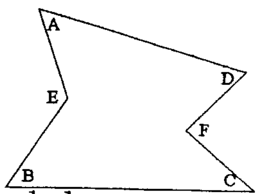
(A) 56 Km (B) 14 Km (C) 140 Km (D) 5,6 Km (E) Cap de les anteriors

5.– De les afirmacions següents, quines són certes:
1. La suma de dos nombres irracionals dóna sempre un altre irracional.
2. La multiplicació de dos nombres irracionals dóna sempre un altre irracional.
3. La divisió de dos nombres irracionals dóna sempre un altre irracional.

(A) totes (B) cap (C) només la 2 (D) la 1 i la 2 (E) la 2 i la 3

6.– En un polígon còncau com el de la figura adjunta coneixes la suma dels angles convexos del quadrilàter, $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D=220°$. Quant és la suma dels angles exteriors $\angle E+\angle F$?

(A) 140° (B) 180° (C) 220° (D) 360° (E) no es pot saber



7.– Considereu els nombres $A=\frac{0.5}{0.1}$, $B=\frac{10}{0.5}$ i $C=\frac{0.1}{0.05}$. Quina de les següents respostes és correcta?

(A) $A>B>C$ (B) $B>A>C$ (C) $C>A>B$ (D) $A>C>B$ (E) $C>B>A$

8.– Quantes solucions que siguin parelles de nombres enters positius té l'equació $2x+y=10$?

(A) infinites (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) no es poden determinar

9.– El senyal acústic d'un despertador dura 1 segon i es repeteix al cap de 6 segons de silenci. Un altre despertador té un senyal que dura 2 segons i es repeteix al cap de 4 segons de silenci. Si en aquest moment comença a sonar el segon despertador i quan acaba el seu senyal comença a sonar el primer, en quin moment començaran a emetre els seus senyals alhora?

(A) d'ací a 13 segons (B) d'ací a 15 segons (C) d'ací a 30 segons
(D) d'ací a poc més d'un minut (E) d'ací a més de 5 minuts

10.– S'insufla aire en un globus esfèric per a inflar-lo més del que ho estava. Si el volum ha augmentat d'un 33,1%, quin percentatge ha augmentat el radi?

(A) 33,1% (B) 50% (C) π% (D) 10% (E) No es pot saber

11.– En un heptàgon regular es tracen les dues diagonals que van d'un vèrtex als vèrtexs que determinen el costat oposat. Quin angle, expressat en graus, formen aquestes diagonals?

(A) $\frac{310}{7}$ (B) $\frac{300}{7}$ (C) $\frac{280}{7}$ (D) $\frac{180}{7}$ (E) cap de les anteriors

12.– Siguin α_1 i α_2 les arrels del polinomi x^2+2x+5. El valor de $5\alpha_1\alpha_2-\alpha_1-\alpha_2$ és:

(A) -23 (B) -27 (C) 27 (D) 23 (E) No és real

1.– Si separes el nombre 1997 en dos nombres de dues xifres obtindràs dos nombres primers, 19 i 97. Quin va ser l'últim any, anterior a 1997, que també tenia aquesta propietat?

(A) 1987 (B) 1989 (C) 1991 (D) 1992 (E) 1993

2.– Si K està situat a $\frac{2}{3}$ del camí de J a L en la recta numèrica adjunta, quin nombre correspon al punt assenyalat com a K?

(A) 50 (B) 56 (C) 62 (D) 68 (E) 80

3.– Un nombre es diu que és *perfecte* si coincideix amb la suma dels seus divisors enters positius diferents d'ells mateix. Quin dels nombres següents és perfecte?

(A) 28 (B) 27 (C) 15 (D) 16 (E) 12

4.– Si el radi d'un cercle augmenta d'un 100%, en quin tant per cent s'ha incrementat l'àrea?

(A) 100% (B) 200% (C) 300% (D) 400% (E) 1000%

5.– Quin és el valor de $3^{5/3} \cdot 3^{4/3}$?

(A) $3^{20/9}$ (B) $9^{20/9}$ (C) 9^9 (D) 9^3 (E) 3^3

6.– Representem mitjançant el símbol $[abc]$ el valor total de a monedes de cinc duros, b duros i c pessetes, sense que mai es puguin considerar més de 4 monedes de pesseta ni més de 4 duros. Com indicaràs un compte de 99 PTA?

(A) [344] (B) [324] (C) [342] (D) [401] (E) cap de les anteriors

7.– La suma dels sis primers múltiples de 8 inclòs el 8 és:

(A) 158 (B) 160 (C) 168 (D) 200 (E) 216

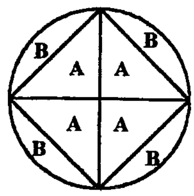
8.– La suma de tres nombres consecutius segur que és múltiple de:

(A) depèn dels tres nombres (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

9.– Una paràbola té l'eix de simetria paral·lel a l'eix de les y, el vèrtex en el punt $(2, 2)$ i passa pel punt $(0, 0)$. L'expressió de la funció que té com a gràfic aquesta paràbola és:

(A) $y = \frac{1}{2}x^2$ (B) $y = x$ (C) $y = x^2 - 2x$ (D) $y = 2x - 2$ (E) $y = \frac{-1}{2}x^2 + 2x$

10.– Una pizza rodona la partim en 8 trossos, dels tipus A i B. Quina de les afirmacions següents et sembla més ajustada pel que fa a l'àrea de les porcions del tipus A comparada amb l'àrea de les del tipus B?



(A) B no arriba a la meitat d'A (B) B no arriba a les 2/3 parts d'A
(C) B supera les 2/3 parts d'A però és més petita que A
(D) B és més gran que A
(E) A i B no es poden comparar si no sabem el radi de la pizza

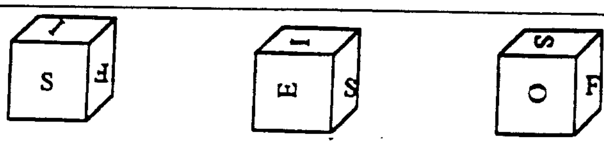
11.– En un triangle de costats 6 cm, 8 cm i 10 cm s'uneixen els punts mitjans dels costats de 6 cm i 8 cm i, a més, es tracen les perpendiculars des d'aquests punts al costat de 10 cm. Quina és l'àrea del rectangle que resulta, expressada en cm^2?

(A) 6 (B) 12 (C) 15 (D) 20 (E) cap de les anteriors

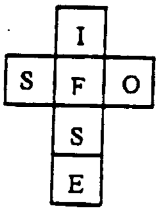
12.– En un tetràedre dues cares són triangles equilàters de costat 2 cm situades en plans perpendiculars. Quina és, en cm, la longitud x de l'aresta que no pertany a cap d'aquelles dues cares?

(A) $x = \sqrt{6}$ (B) $x = \sqrt{8}$ (C) $x = 4$ (D) $x = 9$ (E) $x = 2\sqrt{3}$

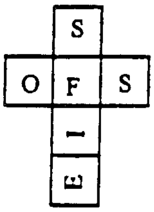
1.– Tenim tres vistes diferents d'un mateix dau. El desenvolupament del dau és:



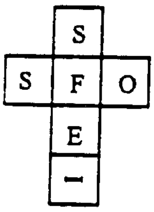
(A)



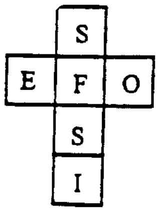
(B)



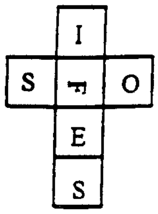
(C)



(D)



(E)



2.– Quants dosos escrius quan escrius tots els nombres de l'1 al 100?

(A) 10 (B) 11 (C) 19 (D) 20 (E) 21

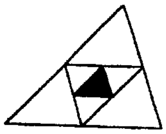
3.– El número 3^{100} acaba en

(A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 7 (E) 9

4.– En unes rebaixes del 20% paguem 3600 PTA per un objecte. Quant valia, en PTA, abans de les rebaixes?

(A) 3672 (B) 4000 (C) 4320 (D) 4500 (E) 4700

5.– Si l'àrea del triangle més gran de la figura és 1, l'àrea del triangle ombrejat és:



(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{7}$ (D) $\frac{1}{8}$ (E) $\frac{1}{16}$

6.– Per fer un pastís de poma per a 4 persones es necessiten 6 pomes. Si es volen fer dos pastissos, cadascun d'ells per a 6 persones, quantes pomes calen?

(A) 14 (B) 16 (C) 18 (D) 20 (E) 22

7.– Un dipòsit cilíndric d'1 m de diàmetre i 2 m d'alçada, quants litres de capacitat té, aproximadament?

(A) 150 (B) 600 (C) 1500 (D) 6000 (E) 15000

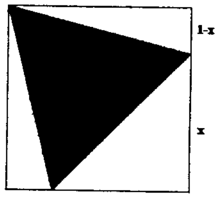
8.– El número $\frac{2}{\sqrt[3]{64^6}}$ també es pot escriure

(A) $4^{-1/3}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{4^{11}}}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $2 \cdot 8^{-2}$ (E) 1

9.– Un envàs de tres quarts de litre ple de detergent pesa 1 kg. Quan s'ha gastat la quarta part del seu contingut pesa 775 g. Quant pesa l'envàs, en g?

(A) 100 (B) 125 (C) 150 (D) 175 (E) 200

10.– El costat del quadrat mesura 1 unitat i el triangle ombrejat és equilàter. Aleshores x és:



(A) $0,8$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\sqrt{3}-1$ (D) $0,5$ (E) $\sqrt{0,5}$

11.– Una de les arrels del polinomi x^2+ax+b és $x=1$. En canvi, si considerem el polinomi x^2+bx+a una de les seves arrels és $x=-1$. Podem dir que b és...

(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2

12.– En una reunió cadascun dels assistents ha donat la mà a tots els altres una sola vegada i, tot plegat, s'han fet 15 encaixades de mans. Quantes persones assistien a la reunió?

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 12

1.– Quina és la xifra de les unitats del producte de tots els nombres primers més petits que 50?

(A) 3 (B) 0 (C) 8 (D) 5 (E) Un nombre diferent dels anteriors

2.– El nombre 123454321 és

(A) Divisible per 3 (B) Divisible per 7 (C) Un quadrat perfecte (D) Un nombre primer
(E) Cap de les respostes anteriors és correcte

3.– Un ciclista escala una muntanya a la velocitat de 15 km/h. A quina velocitat ha de baixar-la si vol obtenir una velocitat mitjana de 20 km/h en tot el recorregut?

(A) 25 km/h (B) 30 km/h (C) 22.5 km/h (D) 36 km/h (E) Cap de les anteriors és correcte

4.– Tres nombres estan en la raó 1 : 2 : 3 i la suma dels seus quadrats és 126. El valor del més gran d'aquests nombres és

(A) 6 (B) 7 (C) 7.5 (D) 8 (E) 9

5.– Si $n = 7^{84} \cdot 11^{65}$, entre els nombres $n, 7n, 11n, 17n$ el que té més divisors és

(A) $7n$ (B) $11n$ (C) $17n$ (D) N'hi ha dos d'entre ells amb el mateix nombre de divisors (E) n

6.– Determineu el valor de $x + y$, si x i y compleixen l'equació $(x - y - 1)^2 + (x + y - 7)^2 = 0$.

(A) 3 (B) 4 (C) 1 (D) -1 (E) 7

7.– Els nombres reals a i b tenen signes oposats. Sempre és veritat que...

(A) $|a| + a = 0$ (B) $|b| + b = 0$ (C) $|a + b| = ||a| - |b||$ (D) $|a + b| = |a - b|$
(E) $|a + b| = |a| + |b|$

8.– Escrivim el nombre 76 a la pissarra. Llavors l'anem transformant pas a pas de la següent manera: en cada pas, o bé restem 15 del nombre obtingut anteriorment o bé elevem al quadrat el nombre anterior o bé suprimim la darrera xifra del nombre quan aquesta és 0. Després de diversos passos, quin dels següents nombres és possible d'obtenir?

(A) 73 (B) 1998 (C) 622435 (D) 989632 (E) 1

9.– Quines de les desigualtats següents: **(1)** $x^2 > y^2$, **(2)** $y^2 > x^2$, **(3)** $x/y > 1$, són conseqüència de la desigualtat $x > y$? (x i y són nombres reals.)

(A) (1) i (2) (B) (1) i (3) (C) (2) i (3) (D) (1) (E) Cap

10.– Construïm una successió numèrica d'acord amb la regla següent:
$a_1 = 2, a_2 = 7, a_{n+2} = a_n \cdot a_{n+1}$ per $n \geqslant 1$. El valor de a_7 és:

(A) 348640 (B) 36963963 (C) $2^4 \cdot 7^8$ (D) $2^5 \cdot 7^8$ (E) $2^5 \cdot 7^4$

11.– A l'antiga Roma un patrici deixa a la seva mort 3500 denaris a la seva vídua. La vídua estava embarassada del seu difunt marit. D'acord amb l'antiga llei romana, aquesta dona ha de repartir l'herència de la manera següent: Si té un fill ella és es queda la meitat del que li ha de donar al seu fill; si té una filla, ella es queda el doble del que li dóna a la filla. Casualment té bessons: un fill i una filla. Com s'ha de repartir l'herència perquè es compleixin tots els requisits de la llei?

(A) La vídua es queda 2500 denaris, el fill 750 i la filla 250.
(B) El fill rep 1500 denaris, la vídua 550 i la filla 1250.
(C) La filla rep 400 denaris, la vídua 1100 i el fill 2000.
(D) El fill rep 1800 denaris, la filla 900 i la vídua 800.
(E) La filla rep 500 denaris, el fill 2000 i la vídua 1000.

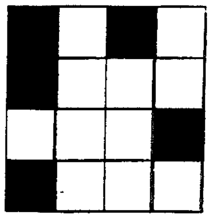
12.– Quin és el nombre més gran de línies rectes determinades pels vèrtexs d'un cub que no es tallen les unes amb les altres?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8

1.– Mirant-te en un mirall veus al teu darrere un rellotge analògic i penses «deu estar parat; no pot ser que siguin les quatre menys cinc» però de seguida t'adones que el que està equivocat ets tu i no el rellotge. Quina hora és?

(A) les 8h 05 min (B) les 7h 50 min (C) les 7h 55min (D) les 8 menys 10 (E) les 9 menys 5

2.– Quin és el mínim nombre de caselles que cal ennegrir a la figura de la dreta perquè tingui un centre de simetria?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

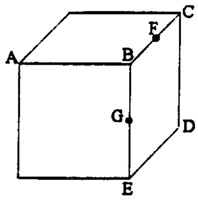
3.– En Marc ha comprat al mercat pomes, peres, plàtans i taronges i, tot plegat, veu que porta 44 peces de fruita al cistell. A més s'adona que hi ha 2 pomes més que no pas peres, 8 peres més que plàtans i 2 plàtans més que taronges. Quantes peres porta en Marc al cistell?

(A) 12 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 18

4.– El resultat de l'operació $\dfrac{21 \times 0,3 \times 1997}{10000}$, aproximadament, és:

(A) 0,001 (B) 0,01 (C) 0,1 (D) 1 (E) 10

5.– Els punts F i G són els punts mitjans de les arestes BC i BE d'un cub. Quina de les línies poligonals següents enllaça els vèrtexs A i D per un camí més curt?

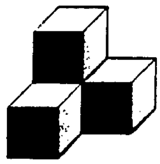


(A) DBA (B) DCA (C) DFA (D) DEA (E) $DGBA$

6.– Un rellotge digital canvia en aquest moment a 19:57:33. Quants segons han de passar perquè tots els dígits canviïn alhora per primera vegada?

(A) 147 (B) 1 (C) 27 (D) 60 (E) 120

7.– Tens moltes peces de trencaclosques com la de la dreta, formada per quatre cubs $1 \times 1 \times 1$. Ajuntant peces com aquestes pots formar diversos cubs, però un dels que s'indiquen seguidament, no. Digues quin és.

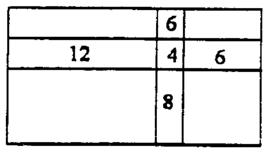


(A) $2 \times 2 \times 2$ (B) $4 \times 4 \times 4$ (C) $6 \times 6 \times 6$ (D) $8 \times 8 \times 8$ (E) $9 \times 9 \times 9$

8.– Una pilota de futbol té 32 cares, 20 hexàgons i 12 pentàgons. Quants vèrtexs tindrà?

(A) 72 (B) 90 (C) 60 (D) 56 (E) 54

9.– Un rectangle està dividit en nou rectangles, tal com es mostra a la dreta, i coneixem els perímetres de cinc d'aquests rectangles, que tenen els valors que podeu veure a la figura. Quant fa el perímetre del rectangle gran?

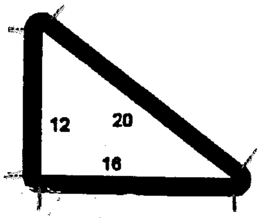


(A) 26 (B) 28 (C) 36 (D) 40 (E) 48

10.– En una llista de cinc nombres, cadascun s'obté multiplicant els dos anteriors. Si el primer nombre de la llista és 2 i el cinquè és 500, quant val el producte dels altres tres nombres?

(A) 500 (B) 1000 (C) 2000 (D) 2500 (E) no es pot saber

11.– Una girafa està tancada en un corral de forma triangular, de costats 20 m, 16 m i 12 m. Tanmateix, com que la tanca no és gaire alta, la girafa pot arribar a menjar tota l'herba que hi ha fins a una distància de 2 m de la tanca. Quina és, en m^2 l'àrea aproxiamda de la zona de la qual es pot menjar l'herba?

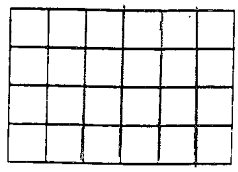


(A) 96 (B) 99,14 (C) 102,28 (D) 105,42 (E) 108,57

12.– x, y, a són tres nombres reals que compleixen les desigualtats $a < x < a^4 < y < a^2$. Per quins valors x i y podem trobar aital a?

(A) $x = 0, y = 1$ (B) $x = -1, y = 0$ (C) $x = 0, y = 1/2$ (D) $x = -1, y = 1$ (E) $x = 1, y = 2$

1.– En una quadrícula de 6×4 quadradets, quants rectangles podem formar amb dos quadradets?



(A) 12 (B) 18 (C) 24 (D) 38 (E) 42

2.– Si una màquina fa 240 peces en 2 hores, tres màquines iguals farien la mateixa quantitat de peces en

(A) 1,5 h (B) 2/3 h (C) 6 h (D) 1'30 h (E) 30 min

3.– Escrivim el nombre decimal $0,1223334444\ldots$ de tal manera que després de nou 9 hi posem deu 10 i així successivament. A quina xifra decimal hi trobem el cinquè 1?

(A) 15 (B) 30 (C) 50 (D) 52 (E) 54

4.– Si a i b són dos nombres primers, diferents entre ells i diferents de 2, considereu els nombres $X = 2a^3b$ i $Y = (2a)^2b$.

(A) El nombre de divisors de X i Y depèn de a i b (B) X té menys divisors que Y
(C) X té més divisors que Y (D) X i Y tenen 3 divisors cadascun
(E) X i Y tenen el mateix nombre de divisors, que és superior a 3

5.– El resultat de l'operació $2 - 4 + 6 - 8 + \cdots + 98 - 100 + 102$ és

(A) -100 (B) -98 (C) -50 (D) 4 (E) 52

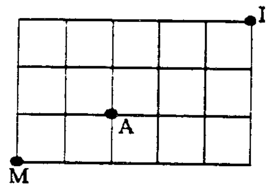
6.– Si reduïm cadascun dels costats d'un rectangle d'un 10%, l'àrea del rectangle resultant respecte del rectangle inicial...

(A) Ha disminuït d'un 10% (B) Ha disminuït entre un 10% i un 20% (C) Ha disminuït d'un 20%
(D) Ha disminuït més d'un 20% (E) No es pot saber, depèn de les mides del rectangle

7.– L'expressió simbòlica $\sqrt{a+\sqrt{b}}$ també es pot escriure:

(A) $\sqrt[4]{a+b}$ (B) $\sqrt[4]{a^2+b}$ (C) $\sqrt{a}+\sqrt[4]{b}$ (D) $\sqrt[4]{ab}$ (E) cap dels resultats anteriors

8.– Segons l'esquema adjunt, per quants camins diferents pot anar la Maria de casa seva (M) a l'Institut (I) passant per casa de l'Anna (A) i sense fer marrada?



(A) 30 (B) 15 (C) 56 (D) 13 (E) 2

9.– Un quadrat està format per 841 quadradets d'un cm^2 cadascun. Quin és el nombre mínim de quadradets que haurem de treure per a obtenir un quadrat més petit que l'inicial?

(A) 1 (B) 4 (C) 57 (D) 113 (E) 116

10.– En quants zeros acaba el producte $1 \times 2 \times 3 \cdots \times 98 \times 99 \times 100$?

(A) 10 (B) 11 (C) 20 (D) 21 (E) 24

11.– Si sabem que el polinomi $P(x) = ax^3 + bx - 4$ satisfà que $P(-2) = 0$, podem assegurar que $P(2)$ és:

(A) 0 (B) 8 (C) 7 (D) -8 (E) -7

12.– En un octògon regular inscrit en una circumferència numerem els vèrtexs correlativament de l'A_1 al A_8. Anomenem α l'angle que formen les rectes A_1A_3 i A_5A_8 i β l'angle que formen les rectes A_1A_8 i A_3A_5. Es compleix que:

(A) $\alpha = \beta$ (B) $\alpha < \beta$ (C) $\alpha > \beta$ (D) $\alpha = 45°$ (E) $\beta = 45°$

1.– La suma dels dígits del nombre 123 és 6, $1+2+3=6$. De quantes maneres pots obtenir 6 com a suma de tres nombres enters positius, sense tenir en compte l'ordre dels sumands?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

2.– Si $\frac{4}{5}x = 9$ aleshores $2x$ és:

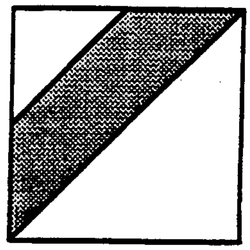
(A) 11,25 (B) 22,5 (C) 45 (D) 82 (E) Cap de les anteriors

3.– Una paràbola té l'eix de simetria paral·lel a l'eix de les y i passa pels punts $(-1,-4'5)$, $(0,-8)$ i $(7,-4'5)$. La x del vèrtex val:

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

4.– Si $15x+20=25$ aleshores el valor de x és:

(A) -10 (B) $\frac{-1}{3}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{5}{7}$ (E) 3



5.– Sobre dos costats d'un quadrat es marquen els punts mitjans, s'uneixen i es dibuixa una diagonal per a construir la figura adjunta. L'àrea de la part ombrejada respecte l'àrea total del quadrat és:

(A) $\frac{3}{8}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{4}{9}$ (E) una altra fracció

6.– Els nombres triangulars segueixen aquesta mostra. Podeu veure que els quatre primers nombres triangulars són 1, 3, 6 i 10. El setè nombre triangular és:

(A) 36 (B) 28 (C) 25 (D) 21 (E) 15

7.– Un nombre n és divisible per 2, per 3, per 4, per 5 i per 6. D'entre els següents nombres quin és el més gran que podem assegurar que també es divisor de n?

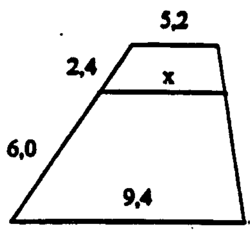
(A) 360 (B) 30 (C) 60 (D) 20 (E) depèn de n

8.– Per tal d'augmentar la circumferència d'una pilota de 20 cm a 25 cm, quants cm hem d'augmentar el radi?

(A) 5 (B) 2.5 (C) $\frac{5}{\pi}$ (D) $\frac{5}{2\pi}$ (E) $\frac{\pi}{5}$

9.– Es compten els dígits utilitzats per a numerar les pàgines d'un llibre i resulten 216 dígits. Quin és el nombre de pàgines del llibre?

(A) 125 (B) 120 (C) 112 (D) 108 (E) 103



10.– En la figura de la dreta el valor de x és:

(A) 8.2 (B) 8,96 (C) 7,0 (D) 6,4 (E) Cap dels anteriors

11.– El polinomi $P(x) = x^2 + (n-2)x + n$ té una arrel que té valor doble que l'altra. Els possibles valors de n són:

(A) $1/2, 8$ (B) $-1/2, -8$ (C) $1/8, 2$ (D) $-1/8, -2$ (E) No es pot saber

12.– Un hexàgon té el mateix perímetre que un triangle equilàter. Quina és la relació entre l'àrea de l'hexàgon i l'àrea del triangle?

(A) 1 (B) 4/3 (C) 3/2 (D) $\sqrt{3}$ (E) 2

1.– Quantes vegades apareix la xifra 6 en els nombres compresos entre 600 i 690 ambdós inclosos:

(A) 100 (B) 110 (C) 111 (D) 119 (E) 120

2.– Si $x = 2k$ i $y = \dfrac{4}{k}$ aleshores y és:

(A) $8x$ (B) $\dfrac{8}{x}$ (C) $\dfrac{2}{x}$ (D) $2x$ (E) 8

3.– Un triangle rectangle d'hipotenusa 10 cm i tal que un dels seus angles aguts compleix $\tan\alpha = \frac{1}{3}$, té un catet, expressat en cm, de

(A) 0,3 (B) 3 (C) $3\sqrt{10}$ (D) $\sqrt{3}$ (E) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

4.– Agafant les xifres de 1997 de dues en dues, repetint únicament les que estan repetides en el nombre donat, quants nombres compostos (no primers) es formen:

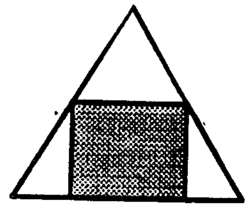
(A) Cap (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Tots

5.– Considereu els nombres $A = 2^3$, $B = 4^5$, $C = 8^8$. Què es pot assegurar?

(A) $A \cdot B < C$ (B) $A \cdot B = C$ (C) $A \cdot B > C$ (D) $A \cdot B = 8^{15}$ (E) cap de les anteriors

6.– S'ha dividit l'altura del triangle equilàter de la figura per la meitat. L'àrea del rectangle ombrejat respecte l'àrea del triangle equilàter és:

(A) $\dfrac{1}{3}$ (B) $\dfrac{1}{4}$ (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{2}{3}$ (E) cap de les anteriors



7.– En una classe hi ha 3 nois per cada 2 noies. La mitjana d'edat dels nois és 15 anys i la de les noies és 14 anys. Quina és la mitjana d'edat de la classe?

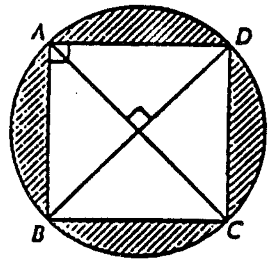
(A) menys de 14 anys i mig (B) 14 anys i mig (C) 14 anys i 7 mesos
(D) més de 14 anys i 7 mesos (E) depèn del nombre d'alumnes de la classe

8.– Quines són les dues últimes xifres de 1996^{1997}?

(A) 16 (B) 36 (C) 56 (D) 76 (E) no es pot saber sense calculadora

9.– En el diagrama, $ABCD$ és un quadrat. Si la diagonal $AC = 2$ cm, aleshores l'àrea de la part ombrejada, en centímetres quadrats, és:

(A) $\pi - 1$ (B) $\pi - \sqrt{2}$ (C) $\pi - 2$ (D) $\pi - \sqrt{3}$ (E) $\pi - 3$

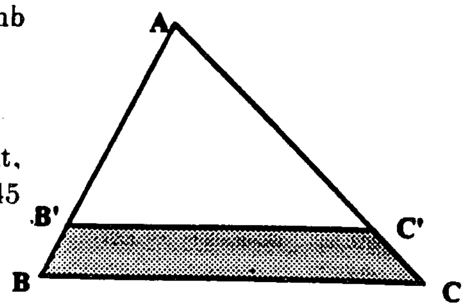


10.– Un rectangle de 12cm×30cm el pots dividir de diferents maneres en quadrats que tenen com a longitud del costat un nombre enter de cm. En cada cas ho faràs amb un nombre diferent de quadrats. Quin dels nombres següents **no** correspon a un possible nombre de quadrats amb què pots fer la partició?

(A) 90 (B) 360 (C) 120 (D) 40 (E) 10

11.– En la figura adjunta BB' és la cinquena part de BA i, igualment, CC' és la cinquena part de CA. L'àrea del quadrilàter BB'C'C és 45 cm^2. Quant és l'àrea del triangle ABC?

(A) 175 (B) 135 (C) 130 (D) 125 (E) 100



12.– Considereu els nombres $A = \sqrt{x}$ i $B = \sqrt[4]{y}$ on x i y representen nombres positius més grans que 1. Què s'ha de complir per poder assegurar que $A > B$?

(A) $x^4 > y$ (B) $x^2 > y$ (C) $x > y^2$ (D) $x > y^4$ (E) no pot ser $A < B$

1.– En un cub d'un dm^3 es pinta de color tota la superfície exterior del cub. L'àrea acolorida és:

(A) menys d'1 dm^2 (B) 1 dm^2 (C) 4 dm^2 (D) 6 dm^2 (E) més de 6 dm^2

2.– Considera els nombres $A = 1024$ i $B = 324$. Tria la frase correcta entre les següents:
(A) A té menys divisors que B (B) A i B tenen el mateix nombre de divisors
(C) A té aproximadament el triple de divisors que B (D) A té 700 divisors més que B
(E) A i B no tenen divisors comuns

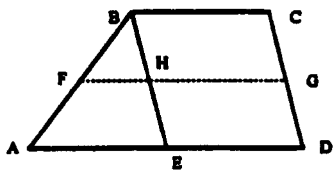
3.– Si es defineix $(a,b)\Diamond(c,d) = ac + bd$ i se sap que $(x,3)\Diamond(-2,5) = 3$, aleshores el valor de x és:
(A) -9 (B) -6 (C) $9/5$ (D) $13/3$ (E) 6

4.– Tenim dos gots cilíndrics. El got gran té la superfície de la base doble que la del petit. Està plovent de manera uniforme i es col·loquen els dos gots sota la pluja. Passada una hora es compara l'altura de l'aigua que hi ha en els dos gots. La relació entre l'altura de l'aigua en el got gran i la que hi ha en el got petit és:
(A) 2 (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) π (E) No ho podem saber

5.– Una llarga tira de paper de 0.01 mm de gruix, es talla per la meitat i es col·loca un tros damunt l'altre. Es tornen a tallar els dos trossos per la meitat i es tornen a apilar els 4 trossos. Aquests quatre trossos es tornen a tallar per la meitat i a apiler, i es segueix procedint així. Després de tallar i apilar deu vegades, quina és l'altura de la pila, en cm?
(A) 0.01024 (B) 0.1024 (C) 1.024 (D) 10.24 (E) 102.4

6.– Si $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ i $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$, llavors $\sin(-x) + \cos(-x) + \tan(-x)$ val:
(A) $\frac{1-3\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{-1-3\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ (E) $1 + \tan(-x)$

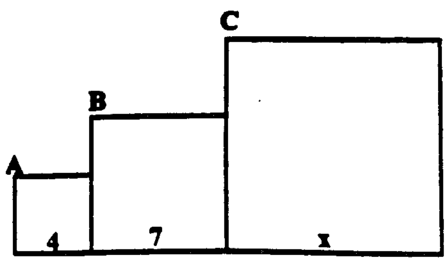
7.– La figura $ABCD$ és un trapezi i E, F i G són els punts mitjans dels segments AD, AB i CD, respectivament. El punt H és el punt on es tallen FG i BE. A més $AD = 2 \cdot BC$. La raó de l'àrea del triangle ABE a la del FBH és:
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) $\frac{7}{2}$ (E) Cap de les anteriors



8.– El nombre més petit que en dividir-lo per 2, per 3, per 4 i per 5 sempre dóna de residu 1 és:
(A) no es pot dir quin és, però segur que és primer (B) 121 (C) 60 (D) 181 (E) 61

9.– Considereu els nombres $A = \sqrt{x}$ i $B = \sqrt[3]{x}$ on x representa un nombre positiu. Quina de les següents afirmacions és correcta?
(A) sempre $A > B$ (B) sempre $A < B$ (C) $A = B$ (D) $A > B$ si $x < 1$ (E) $A > B$ si $x > 1$

10.– En la figura adjunta, formada per tres quadrats, els punts A, B i C estan alineats. Quant és x?
(A) 10 (B) $\frac{49}{4}$ (C) 11 (D) $\frac{33}{4}$ (E) $\frac{77}{4}$



11.– Una illa té forma de triangle. Quin és el punt més allunyat del mar?
(A) el baricentre (B) l'ortocentre (C) l'incentre
(D) el circumcentre (E) cap dels anteriors

12.– Considereu els dos nombres $A = 1996^{1997}$ i $B = 1997^{1996}$. Què podem assegurar?
(A) $A < B$ (B) $A = B$ (C) $A > B$ (D) $B = 1997A$ (E) no es pot dir res sense calculadora

1.– Si el quàdruple de l'invers de la longitud d'una circumferència és igual al diàmetre de la mateixa, aleshores l'àrea del cercle és:

(A) $\frac{1}{\pi^2}$ (B) $\frac{1}{\pi}$ (C) 1 (D) π (E) π^2

2.– Actualment l'edat d'un pare és 39 anys i la de la seva filla 15 anys. En alguna època l'edat del pare ha triplicat o triplicarà l'edat de la filla?

(A) fa dos anys (B) d'aqui a 3 anys (C) fa 3 anys (D) d'ací a dos anys (E) no, mai

3.– Les dimensions dels negatius de fotografia, generalment, són 17×13 mm. De les mides de papers fotogràfics donats a continuació en cm, quina és la que millor s'ajusta a la grandària del negatiu.

(A) 15×10 (B) $22,2 \times 16,6$ (C) $8,5 \times 6,5$ (D) 12×12 (E) 21×17

4.– El nombre de punts (x, y) que són solució del sistema d'equacions $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 \\ y^2 = 9 \end{cases}$ és:

(A) infinits (B) 4 (C) 2 (D) 1 (E) cap

5.– Si $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{x} = 1$, aleshores x val:

(A) 12 (B) $\frac{12}{3}$ (C) $\frac{12}{5}$ (D) $\frac{12}{7}$ (E) Cap de les anteriors

6.– Si es multiplica un nombre enter d'a xifres per un nombre enter de b xifres, el nombre p de xifres del producte és:

(A) $p = a + b - 1$ (B) $p = a + b$ (C) $p \leq a + b$ (D) $p \geq a + b - 1$ (E) C i D alhora

7.– Quines de les igualtats següents són certes per a qualsevol angle x?

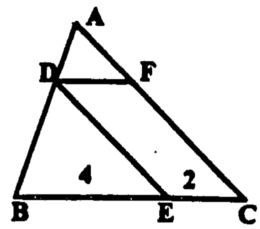
1. $\sin x = \cos(x + 90°)$
2. $\sin x = \cos(x - 90°)$
3. $\sin x = \cos(90° - x°)$
4. $\sin x = -\cos(-x)$

(A) la 1 i la 2 (B) la 1 i la 3 (C) la 2 i la 3 (D) només la 4 (E) només la 1

8.– Ens inventem dos dígits més, α i β i així tenim un sistema de numeració amb 12 signes, cosa que permet representar successivament els nombres naturals així: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, α, β, 10, 11, 12, ..., 19, 1α, 1β, 20,... En aquest sistema de numeració de base 12 s'escriu el nombre de dos dígits $\alpha\beta$. Aquest nombre equival al que habitualment, en base 10, s'escriu:

(A) 21 (B) 110 (C) 131 (D) 142 (E) 1011

9.– En la figura adjunta $DECF$ és un paral·lelogram. Quina és la relació entre l'àrea d'aquest paral·lelogram i la del triangle ADF?



(A) 4 : 1 (B) 2 : 1 (C) 5 : 1 (D) 3 : 1 (E) 1 : 1

10.– En un tetràedre dues cares són triangles equilàters de costat $\sqrt{3}$ cm. Què es pot dir de la longitud x de l'aresta que no pertany a cap d'aquelles dues cares?

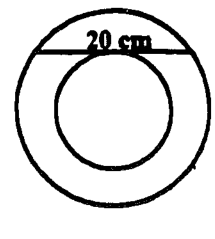
(A) $x = 2\sqrt{3}$ (B) $x = 3$ (C) $x < 2\sqrt{3}$ (D) $x > \sqrt{3}$ (E) pot tenir qualsevol valor

11.– En un triangle rectangle de catets 3 cm i 4 cm es traça, pel punt mitjà de la hipotenusa, un segment perpendicular a la hipotenusa fins que talla un dels catets. Quina és la longitud d'aquest segment?

(A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{5}{3}$ (C) $\frac{15}{8}$ (D) $\frac{10}{3}$ (E) $\frac{5}{4}$

12.– Quina és, en cm^2 l'àrea de la corona circular de la figura, si la corda tangent a la circumferència interior mesura 20 cm?

(A) 400π (B) 400 (C) 20 (D) 100π (E) no es pot determinar



1.– Quant val el producte de 945 per 1350 descompost en factors primers?

(A) $3^5 \cdot 5^3 \cdot 2 \cdot 7$ (B) $3^6 \cdot 5^3 \cdot 2 \cdot 7$ (C) $3^5 \cdot 5^2 \cdot 2 \cdot 7$ (D) $3^6 \cdot 5^3 \cdot 7$ (E) $3^6 \cdot 5^3 \cdot 2$

2.– Per quin valor d'a el polinomi $x^3 + ax^2 - 4x - 4$ és múltiple de $x^2 - 4$?

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) 4 (E) -4

3.– Quin polígon té igual nombre de costats que de diagonals?

(A) triangle (B) quadrilàter (C) pentàgon (D) hexàgon (E) cap polígon satisfà l'enunciat

4.– Quina de les opcions indica correctament les solucions de l'equació $2^x + 2^{-x} = \dfrac{65}{8}$

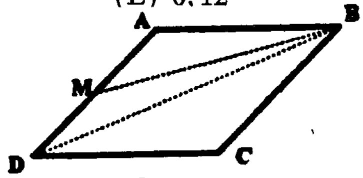
(A) $x = 2$, solució única (B) $x = 2, x = -2$ (C) $x = 3$, solució única (D) $x = 3, x = -3$
(E) no té solució

5.– El resultat de l'operació algebraica il·limitada $\dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{9} + \dfrac{1}{27} - \dfrac{1}{81} + \ldots$ és:

(A) $\dfrac{1}{3}$ (B) $\dfrac{1}{4}$ (C) 0 (D) $\dfrac{3}{4}$ (E) no es pot fer una operació il·limitada

6.– La nota mitjana de primer A és 5 i a la classe hi ha 31 alumnes. La nota mitjana de primer B és 7 i a la classe hi ha 19 alumnes. Si ajuntéssim tot l'alumnat en un sol conjunt, quina seria la nota mitjana?

(A) 5,5 (B) 6 (C) 5,76 (D) 6,5 (E) 6,12



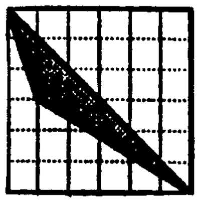
7.– $ABCD$ és un paral·lelogram d'àrea 1 i M és el punt mitjà del costat AD. Si S és l'àrea del triangle MBD i T és l'area del triangle ABM

(A) $S = 1/3$ (B) $S = T$ (C) $S < T$ (D) $S > T$ (E) $T = 1/3$

8.– El nombre de punts comuns a les còniques d'equacions $x^2 + y^2 = 9$ i $y = 9x^2$ és:

(A) infinits (B) quatre (C) dos (D) un (E) cap

9.– Si l'àrea del quadrat de la dreta és 1, l'àrea del triangle ombrejat és



(A) $\dfrac{1}{4}$ (B) $\dfrac{1}{5}$ (C) $\dfrac{2}{5}$ (D) $\dfrac{1}{6}$ (E) $\dfrac{1}{7}$

10.– L'aresta d'un cub és de $(2n + 1)$ cm i el cub està fet amb un material de densitat 1 g/cm^3. Al centre de cada cara es fa un forat perpendicular a la cara, de secció quadrada d'1 cm^2, amb els costats paral·lels a les arestes de la cara, que travessa el cub fins al centre de l'altra cara. Quant pesarà, en g, l'objecte que resulta?

(A) $8n^3 + 12n^2$ (B) $8n^3 + 12n^2 - 2$ (C) $8n^3 - 6n$ (D) $n^3 - 3n$ (E) $n^3 - 3n + 2$

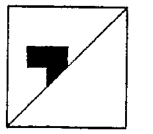
11.– Una aixeta omple un dipòsit en 2 hores. El dipòsit té un desguàs que el buida en 1 hora si el dipòsit està ple. S'està omplint el dipòsit i, quan està exactament mig ple, sense tancar l'aixeta s'obre el desguàs. Al cap d'una hora, el dipòsit estarà...

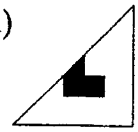
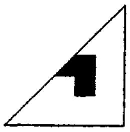
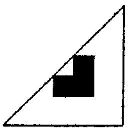
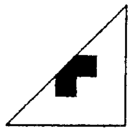
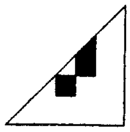
(A) ple fins a les tres quartes parts (B) ple exactament fins a la meitat
(C) ple només fins a la quarta part (D) buit (E) no és correcta cap de les respostes anteriors

12.– Quantes solucions té l'equació $\sin 3x = \dfrac{1}{3}$ que corresponguin a angles x de la primera volta, és a dir $0° \leqslant x < 360°$?

(A) 2 (B) 6 (C) 9 (D) cap (E) no es pot saber sense calculadora

1.– Digueu quin dels triangles s'ha de traslladar a la meitat blanca del quadrat de la dreta a fi i efecte que la nova figura resultant tingui com a eix de simetria la diagonal del quadrat que està dibuixada.

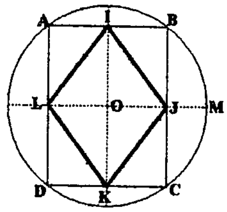


(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

2.– Quin dels nombres següents és el més gran?

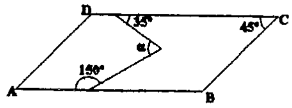
(A) 2^{32} (B) 4^{15} (C) 8^{11} (D) 16^{8} (E) 32^{6}

3.– En un cercle de radi 3 cm s'ha dibuixat un rectangle $ABCD$ en què s'han marcat els punts mitjans dels costats, I, J, K, L. Quin és, expressat en cm, el perímetre del rombe $IJKL$?



(A) 6 (B) 9 (C) 12 (D) $4\sqrt{3}$ (E) manquen dades per determinar-lo

4.– El quadrilàter $ABCD$ és un paral·lelogram. Quina és la mesura de l'angle α?



(A) 50° (B) 60° (C) 65° (D) 70° (E) 75°

5.– En un pla s'han dibuixat 20 semirectes diferents amb origen un mateix punt. Quin és el màxim nombre d'angles rectes que podrem observar de manera que no tinguin cap semirecta dibuixada en l'interior de l'angle?

(A) cap (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 20

6.– En Pinotxo ha recollit calendaris dels darrers anys, però encara no té el calendari de 1998. De quin any és el calendari que podrà fer servir per encertar exactament el de 1998?

(A) 1987 (B) 1988 (C) 1990 (D) 1991 (E) 1997

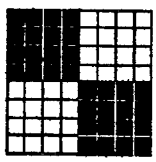
7.– Una pilota de tennis de radi 5 cm sura a la superfície de l'aigua d'una piscina de manera que l'altura de la part no enfonsada és de 2 cm. Quin és, expressat en cm, el radi del cercle que la superfície de l'aigua dibuixa sobre la pilota?

(A) 3 (B) $\sqrt{5}$ (C) 4 (D) $\sqrt{21}$ (E) 5

8.– Per quants nombres enters n el nombre $\dfrac{n+11}{n+7}$ és enter?

(A) cap (B) 1 (C) 2 (D) 6 (E) infinits

9.– Les caselles d'un tauler de 8×8 estan acolorides de blanc i negre com es veu al gràfic adjunt. Quants quadrats formats per caselles adjacents de l'esmentat tauler tenen tantes caselles blanques com negres?

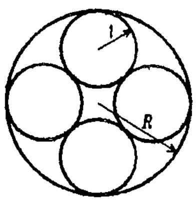


(A) 13 (B) 4 (C) 28 (D) 25 (E) 40

10.– Un cub de dimensions $3\times3\times3$ està format per 27 cubs unitaris. Quantes rectes es poden comptar que passin pels centres de tres d'aquests cubs?

(A) 4 (B) 9 (C) 18 (D) 27 (E) 49

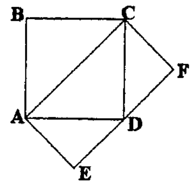
11.– Quatre pots cilíndrics iguals estan situats al fons d'una olla gran de secció circular, al més junts possible, com indica el dibuix. Si el radi d'un pot cilíndric és 1 unitat, quant és el radi de l'olla gran?



(A) $2\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ (C) $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$ (D) $1+\sqrt{2}$ (E) $\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

12.– Si s'escriuen els nombres enters positius tots seguits, l'un a continuació de l'altre en ordre creixent, 12345678910111213... quina serà la xifra escrita en la posició mil nou-cents noranta vuitena?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) 7

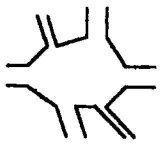


1.– Si $ABCD$ és un quadrat d'àrea unitat, l'àrea del rectangle $ACFE$ és:

(A) 1/3 (B) 1/2 (C) 1 (D) 2 (E) 3

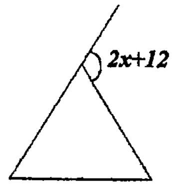
2.– El número $\sqrt{2^{100}}$ és igual a:

(A) 250 (B) $(\sqrt{2})^{10}$ (C) 2^{10} (D) 2^{50} (E) 2^{200}



3.– Sis carrers fan cap a una plaça. Quatre d'aquests carrers són de doble direcció de trànsit; en els altres dos només es pot circular en direcció a la plaça. De quantes maneres es pot circular per la plaça entrant-hi per un carrer i sortint per un altre diferent)?

(A) 48 (B) 28 (C) 24 (D) 20 (E) 12



4.– Ens diuen que el triangle de la figura és isòsceles i cadascun dels seus angles iguals val x, però no sabem quins són, a la figura. La mesura de l'angle x és:

(A) 30 (B) 42 (C) 46 (D) 56 (E) no pot existir aital triangle

5.– S'escriuen en fila, un darrera l'altre, 10 nombres primers consecutius començant pel 2. Del nombre que així queda escrit n'eliminem la meitat dels dígits (deixant els altres en el mateix ordre) de manera que el nombre que s'obté és el més gran possible. Quina és la cinquena xifra d'aquest nou nombre?

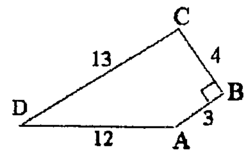
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 7

6.– Si a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 és una permutació dels nombres 1, 2, 3, 4, 5 quina és la mitjana dels valors de $a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4 + 5a_5$?

(A) 15 (B) 35 (C) 45 (D) 55 (E) 75

7.– En un primer pas, marquem els extrems i el punt mitjà d'un segment AB. Seguidament, en un altre pas, marquem els punts mitjans de cadascun dels segments determinats per dos punts marcats consecutius, i així successivament. Quin és el mínim nombre de passos necessari per a marcar el punt que divideix el segment AB en la raó $5:11$.

(A) 8 (B) 2 (C) 5 (D) 4 (E) 3



8.– Els costats AB, BC, CD i DA d'un quadrilàter convex $ABCD$ mesuren 3, 4, 13 i 12, respectivament i l'angle $\angle ABC$ és recte. L'àrea del quadrilàter $ABCD$ és...

(A) 32 (B) 36 (C) 39 (D) 42 (E) 48

9.– El nombre de solucions de l'equació $a^x = ax$ essent $a \in \mathbb{R}, 0 < a < 1$ és

(A) cap (B) 1 (C) 2 (D) depèn de a (E) una infinitat

10.– Les longituds dels costats d'un triangle són $1, a, 3$ essent $1 \leqslant a \leqslant 3$. Quin és el valor màxim que pot tenir l'àrea d'aquest triangle?

(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{33}}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{35}}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ (E) no es pot saber

11.– Si es compleix que $|x-y| = |y-z| = |z-t| = 1$ llavors $x - t$ no pot ser igual a...

(A) 0 (B) -3 (C) 3 (D) -1 (E) 1

12.– Sigui $ABCD$ un quadrat i M el punt del costat AB tal que $\overrightarrow{AB} = n \cdot \overrightarrow{AM}$, essent $n \in \mathbb{N}$. Si P és el punt d'intersecció de la diagonal AC i el segment MD, (que, per altra banda, és el punt de la diagonal que fa mínim el camí MPB), llavors $\overrightarrow{AP} = \alpha \cdot \overrightarrow{AC}$ amb $\alpha = ...$

(A) $\frac{1}{n-1}$ (B) $\frac{1}{n}$ (C) $\frac{1}{n+1}$ (D) $\frac{n+1}{2n}$ (E) $\frac{n-1}{n}$

1.– El nombre de solucions de l'equació $E(1998x) = x$ és...

(A) cap (B) 1 (C) 2 (D) 1998 (E) una infinitat

2.– Els punts que compleixen l'equació $x^2 + xy = 0$ descriuen...

(A) una recta (B) una circumferència (C) dues rectes que es tallen (D) dues rectes paral·leles
(E) un punt

3.– Ara, a l'any 1998, tinc una edat de m anys. Suposant que fos immortal, quin any hauria multiplicat per 10 la meva edat?

(A) $10 \cdot 1998$ (B) $10 \cdot m \cdot 1998$ (C) $1998 + 10m$ (D) $1998 + 9m$ (E) $(1998 - m) \cdot 10$

4.– Per triar un nombre del conjunt {01, 02, 03, ..., 15} posem en un bombo dues boles, numerades 0 i 1 i en traiem una, que serà la xifra de les desenes. Si és un 0 posem en un segon bombo 9 boles, numerades de l'1 al 9; altrament hi posem boles amb els nombres 0, 1, 2, 3, 4, i 5 (una de cada). En tot cas en taiem una bola que ens dóna les unitats. Si $p(a)$ és la probabilitat d'obtenir el número a,...

(A) $p(15) < p(05)$ (B) $p(15) = p(05)$ (C) $p(15) = \frac{3}{2} \cdot p(05)$ (D) $p(15) = 2p(05)$ (E) $p(15) = \frac{1}{15}$

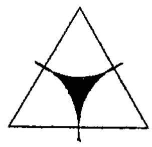
5.– En una sala de cinema hi ha 20 files de butaques. La primera té 20 seients i cada fila té un seient més que la immediatament anterior. Tanmateix els assistents no poden seure a la cadira del costat d'una altra que està ocupada. Amb aquesta restricció, quin és el nombre màxim d'espectadors?

(A) menys de 299 (B) 299 (C) 300 (D) 301 (E) més de 301

6.– La suma dels quadrats de tots els nombres reals que compleixen l'equació $x^{256} - 256^{32} = 0$ és:

(A) 8 (B) 128 (C) 512 (D) 65.536 (E) $2 \cdot 256^{32}$

7.– En un triangle equilàter de costat 6 cm es dibuixen els cercles de centre en cada vèrtex i radi 3 cm. L'àrea de la regió formada pels punts interiors al triangle i que no pertanyen a cap dels tres cercles és...



(A) 1 (B) $9\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}\right)$ (C) 2 (D) $\frac{\pi}{2} - 1$ (E) $6(\pi - \sqrt{3})$

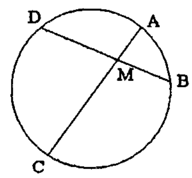
8.– Quantes parelles $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$, amb $a \leqslant b$ compleixen la relació $a + b + ab = 1997$?

(A) 4 (B) 7 (C) 8 (D) 15 (E) 16

9.– Un amic teu et diu que a casa seva té una col·lecció de cubs unitaris, d'1 cm^3 cada un; afegeix que, si vol, amb tots els cubs que té pot construir un gran cub, però, tanmateix, també en pot construir exactament dos de més petits. Quin volum fa el cub més gran que pot construir el teu amic?

(A) $729 cm^3$ (B) $111\,111\,111 cm^3$ (C) $1 m^3$
(D) No me'l crec perquè el volum que caldria és superior al de qualsevol vivenda
(E) No me'l crec perquè això que diu és impossible

10.– És possible que les longituds dels segments AM, BM, CM, DM situats sobre dues cordes no paral·leles d'un cercle siguin quatre nombres enters consecutius, $a, a+1, a+2$ i $a+3$ (en aquest ordre o en un altre)?

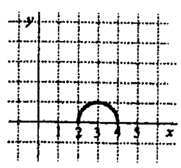


(A) No és possible (B) Sí, per $a = 1$ (C) Sí, per $a = 2$
(D) Sí, per $a = 1$ i per $a = 2$ (E) Sí, per qualsevol valor de a

11.– Quantes solucions reals té l'equació $4^x = 8x$?

(A) cap (B) una, $x = 2$ (C) dues, $x_1 = 2, x_2 > 2$ (D) dues, $x_1 = 2, x_2 < 2$
(E) més de dues

12.– La gràfica és la de la funció $f(x) = +\sqrt{-x^2 + 6x - 8}$. Calcula $\int_2^4 f(x)dx$.



(A) 1 (B) $\pi/2$ (C) 2 (D) π (E) no es pot calcular aquesta integral

1.– Sigui E el conjunt format pels punts d'intersecció de les còniques del pla $5x^2 + 4y^2 = 20$ i $x^2 + 4y^2 = 4$. El nombre d'elements de E és:

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0

2.– L'interval de valors de x del primer quadrant tals que $\cos x < \sin x$ és:

(A) $0° < x < 45°$ (B) $0° < x \leq 45°$ (C) $45° \leq x \leq 90°$ (D) $45° < x \leq 90°$ (E) $0° \leq x \leq 90°$

3.– L'arrel d'índex 10 de $10^{(10^{10})}$ és un nombre enter. Quantes xifres té?

(A) 10 (B) 11 (C) 10^9 (D) $10^9 + 1$ (E) 10^{9+1}

4.– La funció $y = \sqrt[3]{1 - \sqrt{x}}$ té per domini:

(A) l'interval $(-1, 1)$ (B) $[-1, 1]$ (C) $[0, +\infty)$ (D) $[1, +\infty)$ (E) $\mathbb{R}$

5.– Sigui $f(x) = \dfrac{1}{x^2 + 1}$. Quina d'aquestes afirmacions és falsa:

(A) és una funció fitada (B) té màxim 1 i mínim 0 (C) és sempre positiva
(D) té un màxim local quan x val 0 (E) és decreixent a $\mathbb{R}^+$

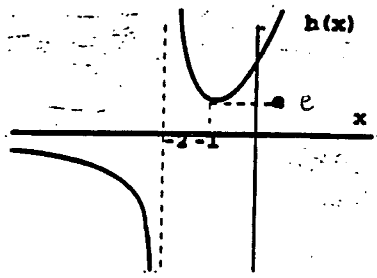
6.– Les longituds de les busques d'un rellotge són 4 cm i 6 cm. La distància, en cm, entre els extrems de les busques a les dues en punt és:

(A) $\sqrt{52 - 24\sqrt{3}}$ (B) $2\sqrt{7}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) $2\sqrt{3}$ (E) $2\sqrt{2} - \sqrt{3}$

7.– De quantes maneres diferents podem pintar un cub donat amb 2 cares blanques, 2 verdes i 2 grogues? (Es consideren iguals 2 cubs que per una rotació es puguin fer coincidir)

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) més de 6

8.– Si la figura mostra un esquema de la gràfica de la funció $h(x)$ aleshores $h(x)$ és:



(A) $h(x) = \dfrac{e^x}{x+2}$ (B) $h(x) = \dfrac{e^{x+2}}{x}$ (C) $h(x) = \dfrac{e^{x+2}}{x+2}$
(D) $h(x) = \dfrac{x^2+1}{x+2}$ (E) $h(x) = e + \dfrac{e^x}{x}$

9.– Entre les fraccions $\dfrac{1}{1997}, \dfrac{2}{1996}, \dfrac{3}{1995}, \ldots, \dfrac{1996}{2}, \dfrac{1997}{1}$

tals que la suma del numerador i el denominador és 1998, quantes n'hi ha que siguin fraccions pròpies i irreductibles?

(A) 140 (B) 158 (C) 324 (D) 326 (E) 998

10.– Si $\sin\alpha + \cos\alpha = 1.2$, aleshores el valor de $\sin^3\alpha + \cos^3\alpha$ és:

(A) 1.2 (B) 0.936 (C) 0 (D) 0.432 (E) 1.728

11.– Quants zeros reals diferents té la funció $P(x) = \left(\left((x-1)^2 - 1\right)^2 - 1\right)^2$?

(A) vuit perquè és de grau 8 (B) només un: $x = 1$ (C) tres: $\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}$
(D) tres: $1 - \sqrt{2}, 1, 1 + \sqrt{2}$ (E) tres: $1, +\sqrt{2}, -\sqrt{2}$

12.– Quant mesura el costat d'un dodecàgon regular inscrit en una circumferència de radi 1?

(A) $\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}$ (B) $\sqrt{\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}}$ (C) $2 + \sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ (E) no es pot trobar sense calculadora

1.– Què podem dir del menor nombre natural n tal que $1260 \times n$ és un cub perfecte?

(A) $n < 100$ (B) $100 \leq n < 500$ (C) $500 \leq n < 1000$ (D) $1000 \leq n < 5000$ (E) $5000 \leq n$

2.– En un grup de deu persones n'hi ha cinc que mai diuen la veritat i cinc que sempre diuen la veritat. Preguntem a cadascuna d'elles si és mentidera. Les respostes són:

(A) 5 sí i 5 no (B) 10 no (C) 10 sí (D) 7 sí i 3 no (E) 3 sí i 7 no

3.– Si $f(x) = 5^x$, $g(x) = \sqrt{x}$ i $h(x) = x^2 + 1$, la funció $t(x) = 5^{x+1}$ és igual a

(A) $(g \circ f \circ h)(x)$ (B) $(g \circ h \circ f)(x)$ (C) $(f \circ h)(x)$ (D) $(f \circ h \circ g)(x)$ (E) $(f \circ g \circ h)(x)$

4.– Els punts $(6, 12)$ i $(0, -6)$ estan units per una recta. Un altre punt d'aquesta recta és:

(A) $(3, 3)$ (B) $(2, 1)$ (C) $(7, 16)$ (D) $(-1, -4)$ (E) $(-3, -8)$

5.– En un polígon convex els angles estan en progressió aritmètica de diferència $10°$ i el més petit fa $100°$. Quants costats té el polígon?

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 10

6.– Les circumferències $x^2 + y^2 = r^2$ i $x^2 + (y - b)^2 = r^2$ es tallen en dos punts si i només si:

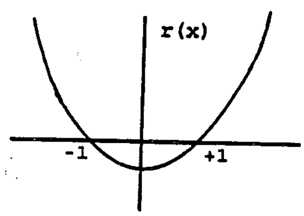
(A) $b > r$ (B) $b > 2r$ (C) $0 < |b| < 2r$ (D) $0 < |b| < r$ (E) $r < |b| < 2r$

7.– Si $f(2x + 1) = 4x - 3$ aleshores $f(x)$ és:

(A) $2x - 4$ (B) $2x - 5$ (C) $4(2x + 1) - 3$ (D) $\dfrac{4x - 3 - f(1)}{2}$ (E) $-2x + 4$

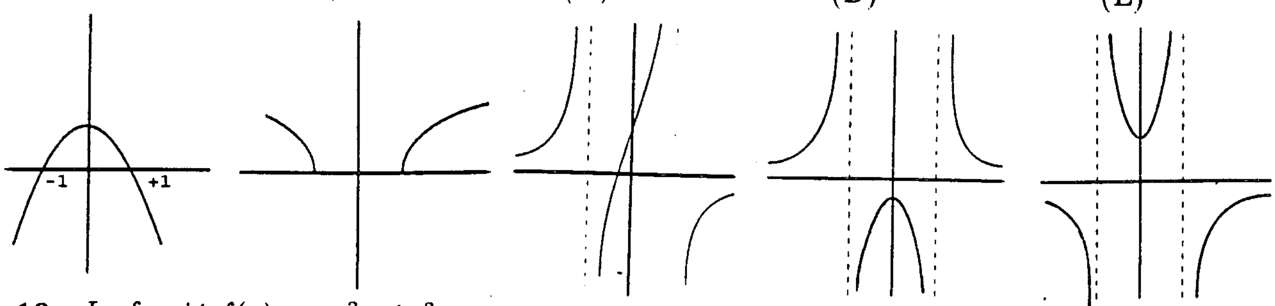
8.– Inscrivim un quadrilàter convex en una circumferència. Prenent com a vèrtex un punt de cadascun dels quatre arcs determinats pels costats, construïm angles inscrits a la circumferència de manera que els seus costats passin pels vèrtexs més propers. La suma d'aquests quatre angles és:

(A) $180°$ (B) $360°$ (C) $450°$ (D) $540°$ (E) $1080°$



9.– Si $r(x)$ té la gràfica que es veu a la figura de la dreta, aleshores la gràfica de la funció $s(x) = 1/r(x)$ és:

(A) (B) (C) (D) (E)

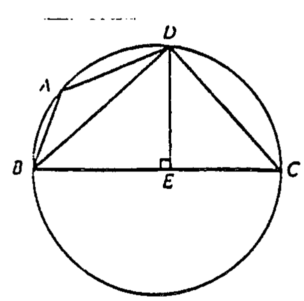


10.– La funció $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ té un zero a $x = 1$ i en el punt $(2, -2)$ assoleix un mínim local. El màxim local de la funció té ordenada

(A) 1 (B) -2 (C) 2 (D) 0 (E) -1

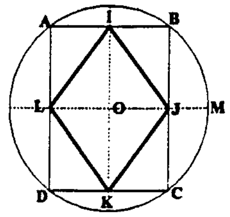
11.– Si tirem 6 monedes enlaire successivament, quina és la probabilitat de treure, com a mínim, 3 cares seguides?

(A) 1/2 (B) 5/16 (C) 1/8 (D) 9/22 (E) 1/3



12.– Si BC és un diàmetre del cercle de la figura, aleshores el sinus de l'angle BDE és igual al sinus de l'angle:

(A) EDC (B) ADB (C) BAD (D) ABD (E) ABC

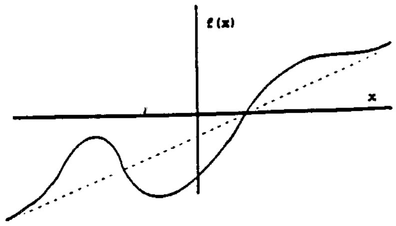


1.– Quant val la longitud del costat del rombe $IJKL$ si $OJ = 5$m i $JM = 4$m.

(A) 20 m (B) 9 m (C) 5 m (D) 4 m (E) no es pot determinar

2.– Si $f(x) = \dfrac{1}{x}$ i $g(x)$ és la funció inversa de $f(x)$ (també anomenada recíproca) llavors $\left(\dfrac{1}{f^2 - g}\right)(x)$ és:

(A) $\dfrac{x^2}{1-x}$ (B) $x^2 - \dfrac{1}{x}$ (C) $\dfrac{x^2-1}{x}$ (D) x (E) $\dfrac{x}{x^3-1}$

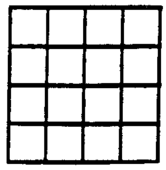


3.– Quants punts d'inflexió té la funció $f(x)$ que té la gràfica adjunta?

(A) no es pot saber (B) 4 (C) 3 (D) 2 (E) 1

4.– En quants zeros acaba 1000!?

(A) 111 (B) 249 (C) 250 (D) 400 (E) 1000



5.– Donat un tauler quadrat de 4×4 subdividit com el de la figura, quants quadrats pots comptar en total?

(A) 16 (B) 17 (C) 29 (D) 30 (E) 40

6.– Una paràbola té com a eix de simetria l'eix x, té el vèrtex en el punt $(-2, 0)$ i passa pel punt $(5, 2)$. L'abscissa del punt de la paràbola que té ordenada 4 és:

(A) -26 (B) 26 (C) 5 (D) 0 (E) -5

7.– Un rectangle està situat en el primer quadrant amb un vèrtex a l'origen, dos costats damunt dels semieixos positius de coordenades i el quart vèrtex és un punt de la paràbola $y = 12 - x^2$. L'àrea d'aquest rectangle:

(A) No és fitada (B) És màxima si el quart vèrtex té per abscissa 2
(C) Pren un valor màxim i un valor mínim (D) Té valor màxim 8 (E) Pren el valor mínim a x=2

8.– Allarguem els costats d'un polígon regular de n costats ($n > 4$) fins a formar una estrella. El valor, en graus, de l'angle en cadascuna de les punxes de l'estrella és:

(A) $\dfrac{360}{n}$ (B) $\dfrac{(n-4) \times 180}{n}$ (C) $\dfrac{(n-2) \times 180}{n}$ (D) $180 - \dfrac{90}{n}$ (E) $\dfrac{180}{n}$

9.– En un test es plantegen 20 qüestions. La puntuació de cada pregunta és 2, 0 o -1 punts. Quin és el mínim nombre de participants que permetrà assegurar que dos tenen la mateixa puntuació?

(A) 41 (B) 59 (C) 60 (D) 61 (E) 62

10.– Dues rectes perpendiculars es tallen en el punt $(9, 2)$. Si l'abscissa de la intersecció amb l'eix OX d'una de les rectes és doble de l'abscissa de la intersecció amb el mateix eix de l'altra, aleshores una possible suma dels valors d'aquestes dues abscisses és:

(A) 17/2 (B) 10 (C) 51/2 (D) 45/2 (E) 5

11.– La funció $y = \dfrac{2}{\sqrt{x}}$ val:

(A) Com a mínim 3 (B) Com a màxim 3 (C) Com a mínim 6 (D) Com a màxim 6
(E) Qualsevol valor positiu

12.– Siguin $f(x) = ax + b$ i $g(x) = a'x + b'$ amb tots els coeficients diferents de zero. Quina de les següents afirmacions és la correcta pel que fa a les funcions $(f \circ g)(x)$ i $(g \circ f)(x)$?

(A) $g \circ f$ mai pot ser igual a $f \circ g$ (B) $g \circ f = f \circ g$ només quan $f = g$
(C) $g \circ f = f \circ g$ quan $b = b' = 1$ (D) $g \circ f = f \circ g$ quan $a = a' = 1$
(E) $g \circ f = f \circ g$ perquè les dues funcions són contínues

1.– Si $(2,5)$ és el punt mig del segment d'extrems $(5,y)$ i $(x,7)$, aleshores $x+y$ és:

(A) 0 (B) 2 (C) 6 (D) 10 (E) 18

2.– Els vèrtexs d'un quadrilàter agafats en sentit antihorari són $A(0,0)$, $B(k,0)$, $C(k+m,n)$ i $D(m,n)$, on k i n no són zero. La figura resultant $ABCD$ és un:

(A) quadrat (B) rectangle (C) paral.lelogram (D) trapezi (E) rombe

3.– La derivada d'ordre k de la funció $y=2^x$ és:

(A) $k\cdot(2^x\ln 2)$ (B) $\left(\frac{2^x}{\ln 2}\right)^k$ (C) $2^x\ln 2^k$ (D) $2^x\ln^k 2$ (E) $(2^x\ln 2)^k$

4.– Si un arc de 60° del cercle I té la mateixa longitud que un altre de 45° del cercle II, la raó de l'àrea del cercle I a l'àrea del cercle II és:

(A) 16:9 (B) 9:16 (C) 4:3 (D) 3:4 (E) res de l'anterior

5.– El conjunt solució de la inequació $x+1>x^3-3x+1$ és:

(A) $\mathbb{R}$ (B) $(-\infty,-2)\cup(2,+\infty)$ (C) $(-\infty,-2)\cup(0,2)$ (D) $(-2,0)\cup(2,+\infty)$ (E) $(-2,2)$

6.– Posem dos triangles iguals de 30°, 60° i 90° de forma que coincideixin les seves hipotenuses i els triangles es superposin parcialment. Si la hipotenusa és 12, l'àrea de la regió comú és:

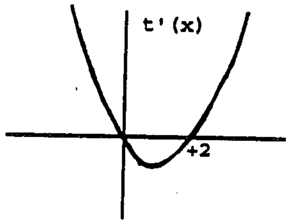
(A) $6\sqrt{3}$ (B) $8\sqrt{3}$ (C) $9\sqrt{3}$ (D) $12\sqrt{3}$ (E) 24

7.– Un segment de longitud 1 es divideix en 3 parts iguals i se n'elimina una; les parts restants es divideixen en 3 parts iguals i se n'elimina una de cada segment i així successivament. Quina és la longitud total que queda després de repetir n vegades el procediment indicat?

(A) $\dfrac{1}{n^2}$ (B) $\dfrac{1}{2^n}$ (C) $\dfrac{2}{3^n}$ (D) $\dfrac{2^n}{3^n}$ (E) $1-\dfrac{1}{3^n}$

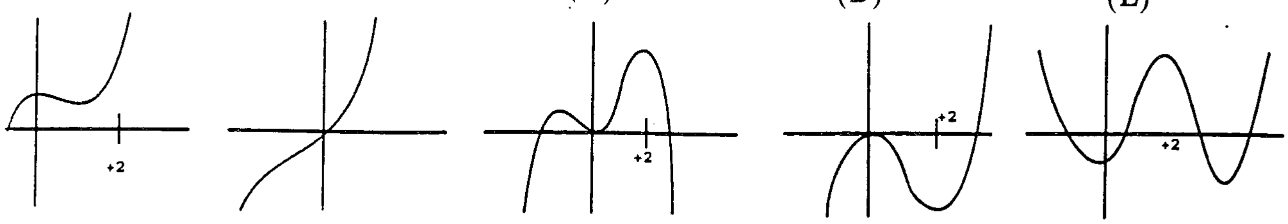
8.– Un rectangle de 18×12 està dividit en quadradets de 1×1. Si tracem una diagonal, per l'interior de quants quadradets passarà?

(A) 12 (B) 13 (C) 18 (D) 19 (E) 24



9.– Si $t'(x)$ té la gràfica que es veu a la figura de la dreta, aleshores la gràfica de la funció $t(x)$ només pot ser:

(A) (B) (C) (D) (E)



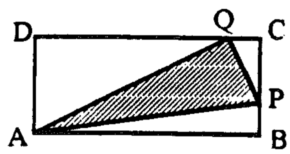
10.– Les tangents a una paràbola en els punts $x=0$ i $x=1$ són, respectivament $y=-x+1$ i $y=x$. El vèrtex de la paràbola és

(A) $(0,1)$ (B) $(1,3)$ (C) $(0.5,0.25)$ (D) $(0.5,0.75)$ (E) $(-0.5,1.75)$

11.– En un cercle de radi r inscrivim un triangle ABC de forma que la seva base AB coincideix amb un diàmetre del cercle. Sigui $s=AC+BC$. Aleshores, per a totes les possibles posicions de C, és

(A) $s^2\le 8r^2$ (B) $s^2=8r^2$ (C) $s^2\ge 8r^2$ (D) $s^2\le 4r^2$ (E) $s^2=4r^2$

12.– En un rectangle de costats 10 cm i 6 cm considereu tots els triangles APQ on $PB=x$ i $QC=x$, $0\le x\le 6$. El conjunt de totes les possibles àrees del triangle ombrejat és l'interval



(A) $[0,30]$ (B) $[18,30]$ (C) $[30,37.5]$ (D) $[17.5,30]$ (E) $[18,60]$

1.– Un cub d'1 dm^3 es parteix en cubs d'1 cm^3 cadascun. Quina és la superfície total del conjunt dels petits cubs que resulten?

(A) 60 dm^2 (B) 6 dm^2 (C) 1 dm^2 (D) $0,6$ dm^2 (E) $0,06$ dm^2

2.– Un enginyer va construir un pont d'1 km de longitud sense incloure un dispositiu per preveure la dilatació per calors. Si el pont durant l'estiu es dilata 20 cm i s'aixeca pel punt mig de manera que es forma un triangle isòsceles, a quina altura arribarà, aproximadament, en el seu punt mitjà?

(A) 10 m (B) 10 cm (C) 100 cm (D) 100 m (E) 10 dm

3.– La funció $y = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$ està definida per als valors x que satisfan

(A) $x > 1$ (B) $x \geq 1$ (C) $x < -1$ (D) $x \in [-1, 1]$ (E) $(-\infty, -1) \cup [1, +\infty)$

4.– El nombre de diagonals que es poden dibuixar en un polígon de 100 costats és:

(A) 4850 (B) 4950 (C) 9900 (D) 98 (E) 8800

5.– D'un triangle saps que les mesures dels costats són nombres enters: $a = 17$ unitats; b és un quadrat perfecte; c és el doble de b. Quants triangles compleixen aquestes condicions?

(A) cap (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) una infinitat

6.– Si designem $S_n = 1 - 2 + 3 - 4 + \cdots + (-1)^{n-1}n$, quant és $S_{1996} + S_{1997}$?

(A) negatiu (B) 0 (C) 1 (D) 2 (E) més gran que 2

7.– La suma dels catets d'un triangle rectangle d'hipotenusa 1,

(A) no pot passar d'1 (B) val $\sqrt{2}$ (C) val com a mínim $\sqrt{2}$ (D) val com a màxim $\sqrt{2}$
(E) pot ser qualsevol valor positiu

8.– Si $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, quina d'aquestes afirmacions no és certa

(A) $f(2) < 1$ (B) $f^{-1}(5) < 0$ (C) $f(0) = 1$ (D) $f(0.1) > 1$ (E) $f^{-1}(4) = -2$

9.– El resultat de $\dfrac{(1+i)^9}{(1-i)^7}$ és

(A) $1 + i$ (B) $1 - i$ (C) 2 (D) $(1+i)^2$ (E) $(1-i)^2$

10.– En un triangle ABC, els costats fan $\overline{AC} = 24$ cm, $\overline{BC} = 10$ cm , $\overline{AB} = 26$ cm. El radi de la circumferència inscrita, en cm, és:

(A) 26 (B) 4 (C) 13 (D) 8 (E) Cap de les anteriors

11.– En una progressió geomètrica de nombres positius cada terme és la suma dels dos anteriors. Quina és la raó de la progressió?

(A) $\dfrac{\sqrt{5}+1}{2}$ (B) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ (C) $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ (D) $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$ (E) no pot ser el que diu l'enunciat

12.– La sang dels habitants de Kangurlandia és de tres grups: M, N i P. Els del grup M sempre diuen la veritat, els que són N sempre menteixen i els del grup P diuen veritat o menteixen alternativament però no sabem com han començat. El Sr. Manel, el Sr. Narcís i el Sr. Pere són un de cada grup però no sabem de quin grup és cadascú. Trobem el Sr. Pere i amb ell tenim aquesta conversa:

– A quin grup pertany el Sr Manel? – Al grup M, naturalment.
– I el Sr. Narcís? – És N.
– Així doncs vostè deu ser del grup P? – Exactament.

Quina de les següents afirmacions és certa:

(A) El Sr. Narcís és P i el Sr. Manel és N. (B) El Sr. Narcís és M i el Sr. Manel és N.
(C) El Sr. Manel és M. (D) El Sr. Narcís és N. (E) El Sr. Manel és P.

A partir d'ara designarem amb $E(x)$ la part entera del nombre x, a saber, el nombre enter més gran que és més petit o igual que x. Per exemple, $E(\pi) = 3$, $E(e) = -3$.

1.– Si en la fórmula $N = n^2 + n + 17$ substituïm $n = 0, 1, 2, \cdots, 12$ obtenim nombres N primers. Determineu el primer valor de n que no dóna N primer.

(A) 13 (B) 14 (C) 16 (D) 17 (E) 18

2.– En el desenvolupament de la potència $\left(x\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}\right)^7$, el terme que no tindrà x és:

(A) 35 (B) -35 (C) 21 (D) -21 (E) no hi ha cap terme sense$x$

3.– El número $E(\log 0.033)$ (on log representa el logaritme decimal) és igual a:

(A) 0 (B) -1 (C) -2 (D) -3 (E) $(\log 33) - 3$

4.– Si $x + yi = (a + bi)^n$, amb x, y, a, b nombres reals, llavors $x^2 + y^2$ és:

(A) $(a + bi)^{2n}$ (B) $(a - bi)^{2n}$ (C) $a^{2n} + b^{2n}$ (D) $(a^2 + b^2)^n$ (E) $(a^2 - b^2)^n$

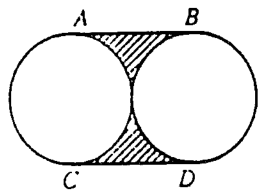
5.– El polígon format per $y = 3x + 2$, $y = -3x + 2$ i $y = -2$ és:

(A) Un triangle equilàter (B) Un triangle isòsceles (C) Un triangle rectangle
(D) Un triangle i un trapeci (E) Un quadrilàter

6.– Tenim 8 caixes amb el mateix nombre de boles a cada caixa. Traiem un cert nombre de boles de la primera caixa, el doble de la segona i així successivament de cada caixa el doble que de l'anterior. Observem que a la darrera caixa queda una bola i que entre totes les caixes hi ha 777 boles. Quantes boles hem tret de la primera caixa?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 10

7.– Dos cercles de radi una unitat, són tangents. Les rectes AB i CD són tangents als dos cercles. L'àrea, en unitats quadrades, de la regió ombrejada és:



(A) π (B) $\frac{\pi}{4}$ (C) $2 - \frac{\pi}{2}$ (D) $4 - \pi$ (E) $\frac{2\pi}{3}$

8.– La solució de la inequació $2x^2 - 2 > x^4 - 2x^2 - 2$ és:

(A) no té solució (B) $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$ (C) $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$ (D) $(-2, 0) \cup (0, 2)$ (E) $(-2, 2)$

9.– El nombre de punts d'inflexió que hi ha la gràfica d'una funció polinòmica de grau 4, $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + d$, amb $a \neq 0$, és:

(A) 2 (B) 1 o 2 (C) 0 o 2 (D) 0, 1 o 2 (E) 0 o 1

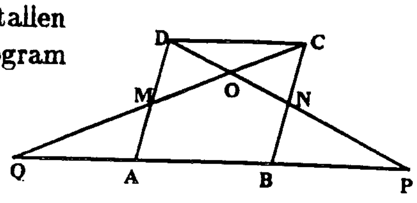
10.– Si a, b, c i d són nombres reals tals que $d, c, b, a > 1$, $c > a$ i $d > b$, què podem assegurar en relació a x si sabem que $a^b \cdot c^d = (ac)^x$?

(A) $x = b + d$ (B) $x = b \cdot d$ (C) $x > \frac{b+d}{2}$ (D) $x < \frac{b+d}{2}$ (E) $b \cdot d < x$

11.– El valor de $\int_{-100}^{100} E(x)\, dx$ és igual a:

(A) -100 (B) 0 (C) 10100 (D) 10000 (E) -50

12.– Siguin M iN els punts mitjans dels costats AD i CB en un paral.lelogram $ABCD$. Sigui O el punt comú a les rectes DN i CM que, per altra banda, tallen la recta AB, respectivament, en els punts P i Q. Si l'àrea del paral.lelogram $ABCD$ és K, l'àrea del triangle QPO és:

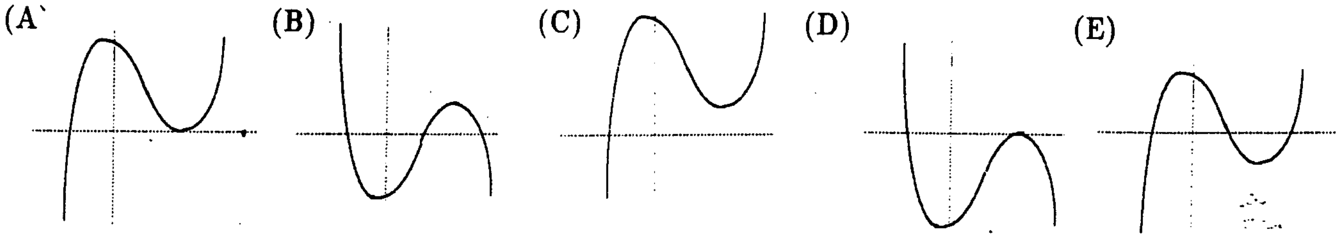


(A) K (B) $\frac{6K}{5}$ (C) $\frac{9K}{8}$ (D) $\frac{5K}{4}$ (E) $2K$

1.– Trobeu tres nombres enters consecutius tals que el quadrat del central sigui més gran en una unitat al producte dels altres dos.

(A) no té solució (B) l'única solució és 1, 2, 3 (C) té exactament dues solucions
(D) qualsevol terna de nombres consecutius és solució (E) cap de les anteriors

2.– Un esquema de la gràfica de la funció $f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 18$ és:



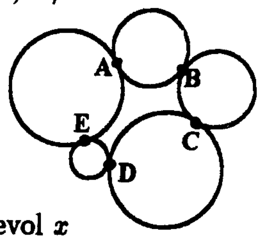
3.– Sigui $f(x)$ una funció polinòmica tal que $f(1) = 1, f(2) = 3$. Llavors $f(3)$ és igual a:

(A) 5 (B) 7/3 (C) 6 (D) 0 (E) No es pot determinar

4.– L'àrea d'un sector circular de radi 5 cm és 10 cm^2. L'angle del sector, en radians, és:

(A) $\pi/2$ (B) 1 (C) $\pi/3$ (D) 4/5 (E) 2/3

5.– Quants camins hi ha per anar del punt A al punt E del gràfic anant sempre per arcs de circumferència i sense passar dues vegades pel mateix punt?

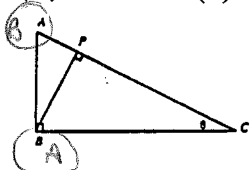


(A) 4 (B) 8 (C) 10 (D) 16 (E) 18

6.– Sigui $G(x) = f(x) + |-f(x)|$. Quines de les afirmacions següents són certes?
(1) $G(x) = 2f(x)$ per qualsevol funció f **(2)** $G(x) \geq 0$ per qualsevol f i per qualsevol x
(3) $G(x) = 0$ només quan $f(x) = 0$

(A) totes (B) la (1) i la (2) (C) la (1) i la (3) (D) només la (1) (E) només la (2)

7.– El triangle ABC del gràfic és rectangle en A, P és el peu de l'altura que passa per A i sabem que $BC = 4$ i $AP = 1$. L'angle θ, en graus, mesura:



(A) 15 (B) 30 (C) 40 (D) 60 (E) un altre valor

8.– Les rectes $y = mx + 1$, on m és un enter positiu, i $13x + 9y = 183$ es tallen en el punt P. El nombre de valors de m pels quals les coordenades de P són enteres, és:

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 5 (E) més de 5

9.– En una progressió aritmètica el terme de lloc q és p^2 i el terme de lloc p és q^2. Quina és la diferència de la progressió?

(A) $-p-q$ (B) $q-p$ (C) $p+q$ (D) $p-q$ (E) $(p+q)/2$

10.– Considerem el sector de corona circular centrat a l'origen, situat al primer quadrant, i de radis 100 i 200. El nombre de potències d'exponent natural de $1 + i\sqrt{3}$ que hi pertanyen és:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) infinites

11.– En una bossa hi ha 8 boles blanques i 2 boles negres. Anem traient les boles successivament. En quin lloc és més probable que aparegui la primera bola negra?

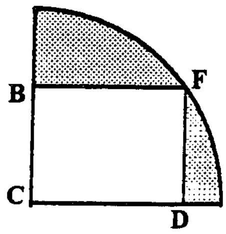
(A) 1 (B) 2 (C) 8 (D) 9 (E) en un altre lloc

12.– Quina és l'àrea màxima que pot tenir un triangle limitat pels semieixos positius de coordenades i la tangent en un punt P d'abscissa positiva de la hipèrbola $y = \dfrac{4}{x}$?

(A) 4 (B) 40 (C) Pot ser tan gran com vulguem (D) Cal saber quin és el punt P
(E) L'àrea és constant, no depèn del punt P

1.– $y = \ln(\ln(\ln x))$ s'anul.la quan

(A) $x = 1$ (B) $x = e$ (C) $x = e^e$ (D) $x = 0$ (E) $x = e^2$



2.– F és un punt d'una circumferència de centre C de la qual es mostra un quadrant, de manera que $BCDF$ és un rectangle de 3×4 unitats. L'àrea de la regió ombrejada, en unitats quadrades, és:

(A) $\frac{5\pi-12}{2}$ (B) $12 - \frac{3\pi}{2}$ (C) $\frac{25\pi-48}{4}$ (D) $4\pi + 6$ (E) $12\pi - 12$

3.– La base d'un triangle és el doble del costat d'un quadrat d'igual àrea. El quocient entre l'altura del triangle i el costat del quadrat és:

(A) 1/4 (B) 1/2 (C) 1 (D) 2 (E) 4

4.– 120 boles iguals s'han col·locat en forma de piràmide triangular regular encaixant unes boles sobre les altres. Quantes boles hi ha a la base?

(A) 12 (B) 36 (C) 120 (D) 10 (E) 24

5.– Què es pot dir sobre la funció $P(x) = \left((x-1)^2 - 1\right)^2$?

(A) té un mínim en el punt $x = 0$ (B) té els extrems locals en $x = -1, x = 0$ i $x = 1$
(C) té un màxim en el punt $x = 2$ (D) No té extrems perquè sempre creix
(E) té mínim absolut en el punt $x = 1$

6.– Sabem que, entre els ciutadans de Kangurlandia: **I)** Almenys un arquitecte és metge. **II)** Cap metge és veterinari. Podem deduir que:

(A) Almenys hi ha un arquitecte que no és metge.
(B) Almenys hi ha un arquitecte que és veterinari. (C) No hi ha cap arquitecte que sigui veterinari.
(D) Almenys hi ha un arquitecte que no és veterinari.
(E) Cap de les anteriors afirmacions es pot deduir de I i II.

7.– Quants nombres enters de l'1 al 1000 es poden escriure com a potències a^b, amb $a, b > 1$?

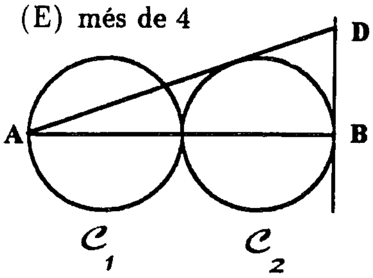
(A) 25 (B) 39 (C) 40 (D) 49 (E) 50

8.– L'àrea d'una corona circular és igual a π cm^2 i el radi de la circumferència més gran és igual al perímetre de la circumferència petita. Trobeu el radi de la més petita.

(A) $\frac{1}{\sqrt{4\pi^2-1}}$ (B) $\frac{1}{2\pi-1}$ (C) $\frac{1}{\sqrt{4\pi^2+1}}$ (D) $\frac{1}{2\pi+1}$ (E) $\frac{\sqrt{2}}{\pi}$

9.– Si x, y són nombres enters tals que $x^2 - y^2 = 72$, quants valors diferents pot tenir $x^2 + y^2$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) més de 4



10.– Dos cercles C_1 i C_2 de radi 1 m són tangents i AB és la recta que uneix els centres. Per A i per B es tracen tangents al cercle C_2, que es tallen en el punt D. Quina és la distància BD, en metres?

(A) 4/3 (B) $\sqrt{2}$ (C) 3/2 (D) 2 (E) $\sqrt{8}$

11.– El conjunt de solucions de la desigualtat $|3 - |x|| < 3$ és

(A) $(-\infty, 0)$ (B) $(-\infty, 3)$ (C) $(-6, 6) - \{0\}$ (D) $[-6, 6]$ (E) $[-3, 3] - \{0\}$

12.– El polinomi $P(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, amb b, c, d, e nombres reals, no té cap arrel real. El producte de dues arrels és $1 + 5i$ i la suma de les altres dues és $4 - 3i$. El coeficient b és:

(A) 0 (B) -8 (C) 8 (D) -1 (E) 1

1.– Si augmentem en n el radi d'un cercle, la seva àrea es duplica. Aleshores el radi r és:

(A) $n(\sqrt{2}+1)$ (B) $n(\sqrt{2}-1)$ (C) n (D) $n(2-\sqrt{2})$ (E) $\dfrac{n\pi}{1+\sqrt{2}}$

2.– El resultat de l'operació $\dfrac{(2a)^{2a}}{a^a}$ és

(A) a^a (B) $(2a)^a$ (C) $(4a)^a$ (D) 2^a (E) $2\cdot a^a$

3.– Si les diagonals d'un quadrilàter són perpendiculars, el quadrilàter es pot incloure sempre en el grup dels:

(A) rombes (B) rectangles (C) quadrats (D) trapecis isòceles (E) Cap de les anteriors

4.– Un camp rectangular és el doble de llarg que d'ample i el podem tancar completament amb un filferro de longitud x. L'àrea del camp, en funció de x, és:

(A) $\dfrac{x^2}{2}$ (B) $2x^2$ (C) $\dfrac{2x^2}{9}$ (D) $\dfrac{x^2}{18}$ (E) $\dfrac{x^2}{72}$

5.– L'equació $3^{x+7}\cdot 9^{2x+8} = 27^{3x+15}$

(A) no té cap solució real (B) té una solució real (C) té dues solucions reals
(D) té infinites solucions reals (E) no es pot resoldre sense calculadora

6.– El mínim valor que es pot obtenir en sumar un nombre diferent de zero i el seu invers és:

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 1/2 (E) no té mínim

7.– La funció $f(x) = x^2\,|x|$

(A) només creix quan $x > 0$ (B) és sempre creixent (C) és creixent a $\mathbb{R}-\{0\}$
(D) és sempre decreixent (E) és creixent a $\mathbb{R}^-$ i decreixent a $\mathbb{R}^+$

8.– En cada vèrtex d'un camp quadrat de 100 m de costat, hi ha lligada una cabra amb una corda de 50 m. Suposem que les cabres es mengen tota l'herba a què poden arribar. Quina longitud caldria donar a la corda d'una de les cabres perquè ella sola es pogués menjar la mateixa superfície d'herba?

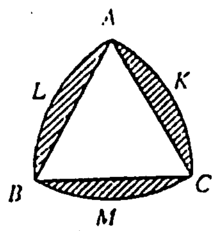
(A) 50 (B) 75 (C) 100 (D) 150 (E) 200

9.– Si unim els tres punts de tangència de la circumferència inscrita en un triangle qualsevol, podem assegurar que el triangle que resulta és

(A) equilàter (B) obtusangle isòsceles (C) obtusangle no isòsceles (D) acutangle (E) escalè

10.– ABC és un triangle equilàter de costat dues unitats. ALB, BMC i AKC són arcs de cercle amb centres en C, A i B respectivament. L'àrea de la regió marcada és:

(A) $\pi-\sqrt{3}$ (B) $2\pi+3\sqrt{3}$ (C) $3\sqrt{3}-\pi$ (D) $2\pi-3\sqrt{3}$ (E) 2π

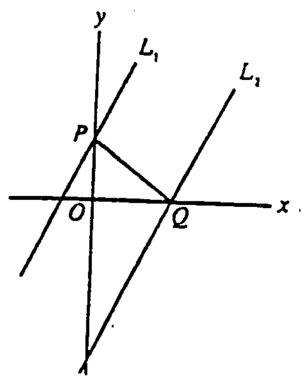


11.– La suma $1-2-2+3+3+3-4-4-4-4+\cdots-100+101$ és igual a:

(A) -4849 (B) -5050 (C) $+5151$ (D) -4949 (E) $+5051$

12.– La recta L_1 té per equació $y = mx+k$ i talla l'eix OY en el punt P. La recta L_2 talla a l'eix OX en el punt Q. Si PQ és perpendicular a les dues rectes, aleshores la intersecció de L_2 amb OY és:

(A) $-km$ (B) $-km^2$ (C) $-k^2m$ (D) $\dfrac{-k}{m}$ (E) $\dfrac{-k}{m^2}$



1.– Una funció polinòmica de grau 3

(A) talla 3 vegades l'eix OX (B) té com a mínim una arrel real (C) no pot tenir arrels dobles
(D) només pot tenir un nombre senar d'arrels (E) pot ser que no talli l'eix OX

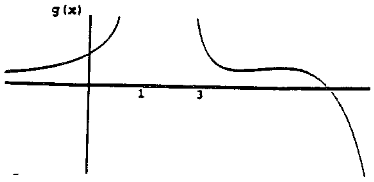
2.– Es talla un cub d'un metre d'aresta en cubs d'1 mm de costat. Si apiléssim els petits cubs, a quina alçada arribarien?

(A) 1000 m (B) 100 km (C) 10000 m (D) 1000 km (E) 10 km

3.– Si les rectes $2y + x + 3 = 0$ i $3y + ax + 2 = 0$ es tallen en angle recte, el valor de a és:

(A) $\pm\frac{2}{3}$ (B) $\frac{-2}{3}$ (C) $\frac{-3}{2}$ (D) 6 (E) -6

4.– Si la gràfica de la funció $g(x)$ és la que es pot veure a la dreta, quina és l'afirmació correcta?



(A) $y = 0$ és asímptota horitzontal de $g(x)$ quan $x \to +\infty$ i quan $x \to -\infty$
(B) $g(x)$ no té punts d'inflexió (C) $g(x)$és derivable a $\mathbb{R}$
(D) $\exists a \in \mathbb{R}$ tal que $g(x) > 0\ \forall x \leq a$ (E) El domini de $g(x)$ és $\mathbb{R} - \{1, 3\}$

5.– El nombre de xifres de $20^{1000} \cdot 5^{997}$ és

(A) 1997 (B) 1998 (C) 2000 (D) 2050 (E) no es pot saber sense calculadora

6.– El valor mínim de $y = x^2 - 8x + 14$ quan $y \geq x$ és

(A) -2 (B) 2 (C) 4 (D) 7 (E) no té mínim

7.– Quin és el coeficient de x^9 en el desenvolupament de
$(1 + x^2 + x^4 + x^6) \cdot (x + x^3 + x^5) \cdot (1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + x^6)$?

(A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10 (E) 17

8.– Considerem la recta $y = \frac{3}{4}x + 6$ i una recta L, paral·lela a la donada, i a 4 unitats de distància. Una posible equació per a L és:

(A) $y = \frac{3}{4}x + 1$ (B) $y = \frac{3}{4}x$ (C) $y = \frac{3}{4}x - \frac{2}{3}$ (D) $y = \frac{3}{4}x - 1$ (E) $y = \frac{3}{4}x + 2$

9.– En una cua de persones, que es pot imaginar indefinida, la persona que està en el lloc 1000è passa un missatge al que té al davant; aquest el passa al que té 2 llocs enrera; aquest al que té 4 llocs endavant, després 8 llocs enrera, i així successivament. Quantes persones, inclosa la que ha començat, sabran el missatge quan el procés acabi perquè una persona no pugui seguir les instruccions?

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13 (E) 14

10.– Hi ha algun punt de la corba $y = 4x^2 - x^3$ que no sigui el punt (0,0) amb a propietat que la tangent a la corba en aquest punt passi per l'origen?

(A) L'única recta tangent a la corba que passa per l'origen és la recta y=0
(B) Sí, el punt on assoleix el màxim (C) N'hi ha molts (D) Sí, únicament el punt (2,8)
(E) En el punt (2,8) i en altres

11.– A una certa hora de la tarda l'ombra d'un pal d'1 m fa 1 m i l'altura del sol sobre l'horitzó és α. Més tard, quan l'altura del sol és β, l'ombra del pal és de 2 m. Encara més tard, quan el sol és a una altura γ, l'ombra fa 3 m. Què es es pot dir sobre la suma dels angles $\alpha + \beta + \gamma$?

(A) $\alpha + \beta + \gamma = 60°$ (B) $60° \leq \alpha + \beta + \gamma < 90°$ (C) $\alpha + \beta + \gamma = 90°$
(D) $\alpha + \beta + \gamma$ és un angle obtús (E) no es pot assegurar res sobre $\alpha + \beta + \gamma$

12.– Les paràboles d'equacions $y = 2\sqrt{x + 4}$ i $y = 2\sqrt{-x - 2}$ determinen una regió del pla. El nombre de punts de coordenades enteres estrictament interiors a aquesta regió és:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

1.– La suma de x i y és igual a 15 i la suma dels seus quadrats és igual a 135. Quant és xy?

(A) 45 (B) 50 (C) 54 (D) 56 (E) 56.25

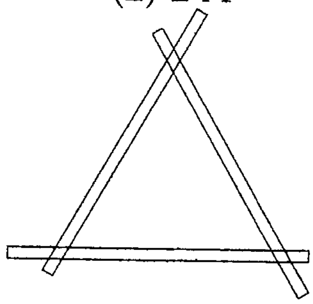
2.– Quantes parelles (x,y) de nombres enters positius compleixen $x+y=60$, m.c.d.$(x,y)=5$?

(A) 5 (B) 6 (C) 3 (D) 4 (E) Un valor diferent dels anteriors

3.– Tenim 6 sospitosos d'un robatori: A, B, C, D, E i F. Sabem que dos són culpables i la resta innocents, que diuen la veritat. Declaren el següent: **A**: C és innocent; **B**: D és innocent; **C**: E és innocent;
D: F és innocent; **E**: A és innocent. ¿Quins són els lladres?

(A) No ho podem saber (B) A i B (C) D i F (D) B i D (E) E i F

4.– Tenim tres tires rectangulars de paper de dimensions 26×3 cm cadascuna. Les disposem tal i com s'indica a la figura, de manera que el triangle central és equilàter. L'àrea coberta per les tires és (en cm^2)



(A) 234 (B) 207 (C) $18(13-\sqrt{3})$ (D) $18(13+\sqrt{3})$
(E) Impossible de calcular

5.– Entre les parelles de nombres reals tals que $x^2+y^2=3$ ...

(A) Hi ha exactament una parella (x,y) tal que $x+y=2$
(B) Hi ha exactament una parella (x,y) tal que $x+y\neq 2$
(C) No hi ha cap parella (x,y) tal que $x+y=2$ (D) No hi ha cap parella (x,y) tal que $x+y\neq 2$
(E) Hi ha com a mínim una parella (x,y) tal que $x+y=2$

6.– Quina de les expressions que segueixen és sempre igual al màxim dels nombres x i y?

(A) $\frac{x+y}{2}+|x-y|$ (B) $x-y+\frac{1}{2}|x+y|$ (C) $\frac{1}{2}(|x-y|+x+y)$
(D) $x+y+\frac{1}{2}|x-y|$ (E) $x+y-|x-y|$

7.– En un torneig de handbol entre els equips A, B, C, D i E, van jugar «tots contra tos» a una volta. La victòria eren 2 punts i un empat 1 punt. Les puntuacions dels cinc equips van ser diferents. B va ser segon i tenia tants punts com C, D i E junts. Segur que en el partit de B contra C

(A) B el va guanyar (B) C el va guanyar (C) B no el va guanyar
(D) Van empatar (E) No se'n pot dir res

8.– La Maria agrupa els nombres de l'1 al 540 en tres grups així: El grup N inclou tots els nombres que donen el mateix residu en dividir-los per 6 i per 9; en el grup K hi posa els que donen un residu més petit quan es divideixen per 6 que quan es divideixen per 9; la resta de nombres seran del grup L. Quin és el grup amb més elements?

(A) K (B) L (C) N (D) K i L igual (E) N i L igual

9.– Una funció f de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$ compleix que $f^2(x)=f(x^2)$. Llavors, necessàriament,

(A) f és parella (B) f és parella o senar (C) f^4 és parella
(D) f és no negativa (E) f^3 és senar

10.– α, β i γ compleixen $15x^3-23x^2+8x-14=0$. Quin és el valor de $(\alpha+1)(\beta+1)(\gamma+1)$.

(A) 32 (B) 14/15 (C) -17 (D) 37/15 (E) 4

11.– Si volem dividir un con circular recte mitjançant un tall per un pla paral·lel a la base per tal d'obtenir dues figures del mateix volum, la relació entre les altures del petit con resultant i del con inicial ha de ser...

(A) 1/2 (B) $1/\sqrt{2}$ (C) $1/\sqrt[3]{2}$ (D) 1/3 (E) depèn de la relació entre el radi i l'altura del con

12.– Els costats d'un triangle ABC es designen com és usual, $BC=a, CA=b, AB=c$. Busqueu la raó amb què el centre del cercle inscrit a aquest triangle divideix la bisectriu de l'angle B.

(A) $\dfrac{a+c}{b}$ (B) $\dfrac{a+c}{2b}$ (C) $\dfrac{a+b+c}{b}$ (D) $\dfrac{a+b}{c}$ (E) $\dfrac{2a+4c}{3b}$

1.– Quin és el nombre màxim de porcions (que no cal que siguin totes iguals) que podem fer en un pastís rodó amb 5 talls?

(A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 17

2.– Donades les quatre equacions: (1) $3y - 2x = 12$ (2) $-2x - 2y = 10$ (3) $3y + 2x = 12$ (4) $2y + 3x = 10$, quines dues representen rectes perpendiculars?

(A) la (1) i la (4) (B) la (1) i la (3) (C) la (1) i la (2) (D) la (2) i la (4) (E) la (2) i la (3)

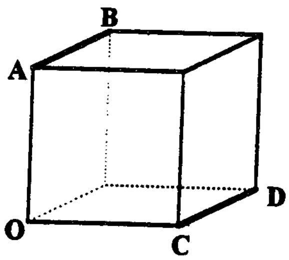
3.– La gràfica de la funció $f(x) = \log_a b^x$ és:

(A) sempre còncau, ($\cap$) (B) sempre convex, ($\cup$) (C) una recta (D) còncau quan $a > 1$ (E) convex quan $b > 1$

4.– Quina o quines de les afirmacions següents són correctes:
(1) La recta tangent a una funció sempre la talla en un sol punt.
(2) La recta tangent a una funció sempre la talla en més d'un punt.
(3) La recta tangent a una funció la pot tallar en infinits punts.

(A) la 1 (B) la 1 i la 3 (C) la 2 (D) cap (E) la 3

5.– La figura representa un cub de costat 1. Considerem els extrems de tots els vectors $\overrightarrow{OS}$ que s'obtenen sumant un vector $\overrightarrow{OP}$ que té l'extrem en el segment AB amb un vector $\overrightarrow{OQ}$ que té l'extrem al segment CD. El conjunt de tots aquests punts



(A) és un segment de longitud 1 (B) és un segment de longitud 2
(C) està format per dos segments no alineats (D) és un quadrat d'àrea 1
(E) és un quadrat d'àrea 4

6.– L'expressió $\dfrac{2-x}{x-3}$ pot ser el sinus d'un angle per tots els valors de x d'un dels següents conjunts:

(A) $[1,3)$ (B) $[0,3)$ (C) $(2,3)$ (D) $(-\infty, 5/2]$ (E) $(5/2, +\infty)$

7.– L'àrea d'un cercle inscrit en un hexàgon regular és 100π. L'àrea de l'hexàgon és:

(A) 600 (B) 300 (C) $200\sqrt{2}$ (D) $200\sqrt{3}$ (E) $120\sqrt{5}$

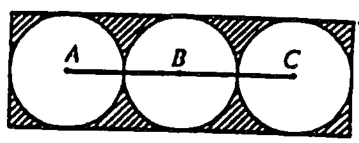
8.– Una d'aquestes funcions té la gràfica simètrica respecte l'eix d'ordenades. Quina és?

(A) $|E(x-1)|$ (B) $|E(x+\frac{1}{2})|$ (C) $|E(x-\frac{1}{2})|$ (D) $|E(x+1)|$ (E) $|E(x)|$

9.– Una successió numèrica compleix que la suma dels n primers termes és $S_n = \log((n+5)(n+4))$, per $n > 1$ i $a_1 = \log(30)$. El terme de lloc n, per $n > 1$ és:

(A) $\dfrac{n+5}{n+3}$ (B) $\log((n+5)-(n+3))$ (C) $\log\left(\dfrac{n+5}{n+3}\right)$ (D) $\dfrac{\log(n+5)}{\log(n+3)}$ (E) No es pot saber

10.– Tres cercles iguals, amb centres A, B i C són inscrits en un rectangle, com es pot veure en la figura. Si $AC = 4x$, aleshores l'àrea de la regió ombrejada és:



(A) $9x^2 - 3\pi x^2$ (B) $12x^2 - 3\pi x^2$ (C) $12x^2 - 6\pi x^2$
(D) $6x^2 - 6\pi x^2$ (E) Cap de les anteriors

11.– El polinomi $P(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$, amb b, c, d, e reals, no té cap arrel real. El producte de dues arrels és $1 + 5i$ i la suma de les altres dues és $4 - 3i$. El coeficient c és:

(A) 26 (B) 27 (C) 28 (D) 29 (E) 30

12.– Si els enters $a < b < c < d$ sumats per parelles donen 38, 40, 41, 44, 45 i 47, llavors a és:

(A) 15 (B) 17 (C) 19 (D) 21 (E) 23

1.– Considereu els plans d'equacions $2x + 3y + 6z = 1$, $9x - 8y + z = 0$, i $x + y - z = 3$. Quines de les proposicions següents són certes? (I) són perpendiculars dos a dos. (II) existeix un sol punt comú a tots tres. (III) no n'hi cap paral·lel a un altre.

(A) només la II (B) només la III (C) la I i la II (D) la II i la III (E) totes tres

2.– Quants triangles diferents es poden construir de manera que cadascun dels seus costats sigui alguna de les longituds 5 cm, 10 cm o 15 cm?

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 7 (E) 9

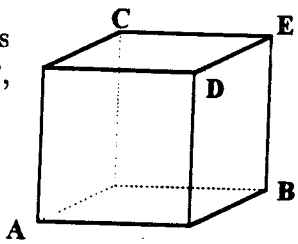
3.– Sigui E el conjunt dels punts (x, y) del pla tals que $4x^2 + 9y^2 \leqslant 36$ i F el dels punts tals que $x^2 + y^2 \leqslant 4$. Quina de les següents afirmacions és certa:

(A) E està contingut en F (B) F està contingut en E (C) $E = F$
(D) E i F no tenen punts en comú (E) E i F només tenen en comú un punt

4.– La funció $f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$:

(A) té un mínim a $x = 1$ (B) és constant perquè $y' = 0$ (C) té un mínim a $x = 0$
(D) No té extrems perquè y' sempre és positiva (E) té un màxim a $x = 0$

5.– Quants valors diferents trobarem si considerem en el cub de la figura tots els angles de vèrtex A determinats per dos segments diferents escollits entre els AB, AC, AD? i AE?



(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

6.– Tenim 100 coloms posats en 99 gàbies. Què podem assegurar?

(A) Alguna gàbia no té cap colom. (B) Alguna gàbia té almenys dos coloms.
(C) Totes les gàbies tenen almenys un colom. (D) Alguna gàbia té exactament dos coloms.
(E) Dues gàbies tenen el mateix nombre de coloms.

7.– Per quants valors de k és compatible el sistema format per les equacions
$x + y = 1$, $kx + y = 3$ i $x + ky = 5$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) una infinitat

8.– L'àrea d'un dodecàgon regular inscrit en un cercle de radi r és:

(A) $3r^2$ (B) $2r^2$ (C) $\frac{3r^2\sqrt{3}}{4}$ (D) $r^2\sqrt{3}$ (E) $3r^2\sqrt{3}$

9.– Un cercle té igual perímetre que un quadrat. Aleshores:

(A) Les àrees són iguals (B) L'àrea del cercle és més gran (C) L'àrea del quadrat és més gran
(D) l'àrea del cercle és π vegades l'àrea del quadrat (E) Cap de les anteriors

10.– Un envàs en forma de prisma recte de base quadrada, amb la suma de totes les arestes 1 m:

(A) com a mínim té un volum d'1 litre (B) mai pot contenir 1 litre
(C) pot contenir un litre, però depèn de la forma del prisma (D) té un volum de 0.6 dm^3
(E) el volum pot tenir qualsevol valor

11.– Dos cercles tenen els centres en els punts $(0, 21/2)$ i $(0, 1)$ i els radis respectius són 6 i 9/2. El nombre de punts de coordenades enteres estrictament interiors a la intersecció dels dos cercles és:

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

12.– Sigui $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ amb a, b, c nombres reals. Sabem que el polinomi té arrels complexes, que $P(0) = 8$ i que és divisible per $x + 2$. Els mòduls de les arrels de $P(x)$ són:

(A) $-2, 4, 4$ (B) $-2, 2, 2$ (C) $2, 2, 2$ (D) $2, 8, 8$ (E) No es pot saber

1.– ¿Quants camins hi ha que uneixin el punt (0,0,0) amb el punt (2,3,4) formats per segments de longitud 1 que tinguin l'extrem i l'origen en punts de coordenades enteres i anant sempre en el sentit creixent de les x, les y o les z?

(A) 9 (B) 18 (C) 24 (D) 576 (E) 1260

2.– El límit $\lim\limits_{x\to 0^-} e^{\frac{1}{x}+1}$ és

(A) 0 (B) $+\infty$ (C) 1 (D) e (E) $-\infty$

3.– Dividim en quatre parts un segment de longitud 1. Aquests quatre segments són costats d'un quadrilàter si i només si:

(A) Tots són $< \frac{1}{2}$ (B) Tots mesuren $\frac{1}{4}$ (C) Tots són $\geqslant \frac{1}{8}$ i $< \frac{1}{2}$ (D) Tots són $> \frac{1}{8}$ i $< \frac{1}{2}$
(E) Tots són $> \frac{1}{8}$ i $< \frac{1}{4}$

4.– Sigui $f(x)$ una funció contínua a l'interval [0,1] tal que $f(0) \cdot f(1) < 0$, llavors:

(A) f s'anul·la almenys una vegada a (0,1) (B) f s'anul·la només una vegada a (0,1)
(C) f no s'anul·la a (0,1) (D) f s'anul·la un nombre imparell de vegades a (0,1)
(E) No es pot assegurar cap de les anteriors

5.– Existeix algun punt de la recta $3x + 5y = 15$ que equidisti dels eixos de coordenades?

(A) No, en cap quadrant (B) Un, en el 1r quadrant (C) Dos, en el 1r i 2n quadrants
(D) Tres, en el 1r, 2n i 3r quadrants (E) Un en cada un dels quatre quadrants

6.– La funció $f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x}$, amb a, b i c nombres reals és tal que té dos zeros, z_1 i z_2 amb $z_1 < 0$ i $z_2 > 0$. Amb aquestes condicions, la funció $f(x)$ satisfà:

(A) Té dos extrems relatius (B) Té una asímptota horitzontal
(C) Només canvia de signe dues vegades (D) És negativa per$x < 0$ (E) No té extrems relatius

7.– La hipotenusa a i un catet c d'un triangle rectangle són nombres enters consecutius. El quadrat de l'altre catet és:

(A) ac (B) $\frac{c}{a}$ (C) $c + a$ (D) $c - a$ (E) Cap de les anteriors

8.– Sigui $f(x) = |x+1| - |x-1|$ llavors:

(A) $f'(0) = f'(2)$ (B) $-f'(1/2) = f'(-1/2)$ (C) $f'(-2) = -f'(2)$ (D) $f'(1/2) = \dfrac{1}{f'(2)}$
(E) $f'(3) = 0$

9.– Considereu tres punts de l'espai A, B, C que formen un triangle. Quantes rectes tenen la propietat que tots els seus punts equidisten dels punts A, B, C?

(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) una infinitat

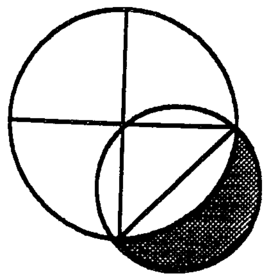
10.– Si $a, b, c, d \in \mathbb{N}$, $a + b = c^2 d$ i $a + b + c = 42$, quants valors diferents pot tenir c?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 8 (E) una infinitat

11.– Quin dels plans següents és paral·lel a $2x - y + 2z = 6$ a distància 2?

(A) $4x - 2y + 4z = 12$ (B) $4x - 2y + 4z = 0$ (C) $2x - y + 2z = 4$ (D) $2x - y + 2z = 1$
(E) $2x - y - 2z = 2$

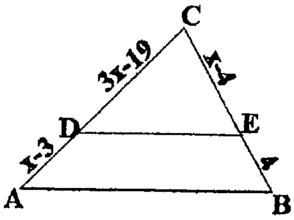
12.– Determineu l'àrea de la figura ombrejada, anomenada Lúnula d'Hipòcrates, si el radi de la circumferència gran és R i la circumferència exterior té centre en el punt mitjà de la hipotenusa del triangle rectangle.



(A) $\dfrac{R}{2}$ (B) $2R$ (C) R^2 (D) $\dfrac{R^2}{2}$ (E) no es pot determinar

1.– El velocímetre d'un cotxe exagera d'un 10%. Si marca« *100 km/h*», a quina velocitat circula el cotxe, expressada en km/h?

(A) 90 (B) $90 + \frac{10}{11}$ (C) $91 - \frac{1}{10}$ (D) 91 (E) $91 + \frac{1}{11}$



2.– Observeu la figura de la dreta i busqueu tots els valors de x que fan que DE sigui paral·lela a AB.

(A) només $x = 8$ (B) només $x = 11$ (C) $x = 8$ i $x = 11$ (D) cap valor
(E) tots els $x > 7$

3.– Calcula quantes solucions té l'equació $(x^2 - 3x + 2)\sqrt{2 - x^2} = 0$.

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

4.– Si $a, b \in \mathbb{R}$ i $a < b$, el conjunt de solucions de la inequació $\left|x - \frac{a+b}{2}\right| < \frac{b-a}{2}$ és

(A) $x < a$ (B) $x > b$ (C) $a < x < b$ (D) $\mathbb{R}$ (E) $\emptyset$

5.– Un focus lluminós és al punt $(0,0,2)$. Un quadrat de costat 2, fet de filferros, té els vèrtexs en els punts $(-1,0,1), (1,0,1), (-1,2,1), (1,2,1)$. L'ombra del quadrat sobre el pla $z = 0$ és...

(A) un quadrat de costat 1 (B) un quadrat de costat 2 (C) un quadrat de costat 4
(D) un trapezi (E) una altra figura

6.– Els coeficients del polinomi $W(x) = (x - 1997)(x - 1498)(x - 999)(x - 500)(x - 1) + 1$ sumen:

(A) 1997 (B) 1000 (C) 13 (D) 1 (E) 0

7.– El polinomi anterior té cinc arrels reals. En quin dels intervals següents no hi ha cap d'aquestes arrels?

(A) $[1996, 1998]$ (B) $[998, 1000]$ (C) $[400, 600]$ (D) $[10, 20]$ (E) $[-3, 3]$

8.– En un quadrat màgic de 3×3 els tres nombres de cada fila, de cada columna i de les dues diagonals sumen el mateix. Quin dels nombres següents no empraràs per a completar el quadrat màgic que pots veure a la dreta?

(A) 6 (B) 8 (C) 12 (D) 14 (E) 15

13		
	10	
9		

9.– En Carles, la Diana i l'Enric han de cooperar per tal de pintar diverses aules d'un Institut, totes iguals. La primera aula la pinten entre en Carles i la Diana i estan 4 hores. La segona, en Carles i l'Enric i estan 3 hores. En la tercera aula cooperen la Diana i l'Enric i tarden 2 hores. Quantes hores empraria en Carles, tot sol, per pintar una aula?

(A) 7 (B) 8 (C) 12 (D) 15 (E) 24

10.– Quants polinomis no nuls hi ha que coincideixin amb el quadrat de la seva derivada?

(A) cap (B) només un (C) una infinitat, que tenen tots el mateix terme independent
(D) una infinitat, que tenen tots el mateix coeficient del terme de grau màxim
(E) una doble infinitat, que depenen de dos paràmetres lliures

11.– L'altura d'un triangle equilàter ABC és igual a 1. A quina distància del vèrtex C hem de fer passar una paral·lela a la recta AB per tal que divideixi el triangle ABC en dues parts de la mateixa àrea?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (E) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

12.– Quants nombres enters compleixen la desigualtat $x(x - 100) < 1997$?

(A) 133 (B) 134 (C) 135 (D) 136 (E) 137

1.– Sigui $z = \cos 20° + i \sin 20°$. El valor de $z + z^2 + z^3 + \cdots + z^{18}$ és:

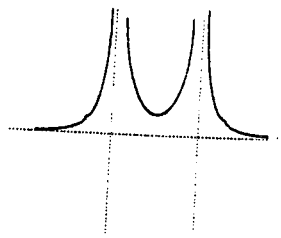
(A) 0 (B) -1 (C) 1 (D) -2 (E) 2

2.– Si multipliqueu les àrees de totes les cares d'un ortòedre (paral·lelepípede rectangular), el resultat és:

(A) El volum (B) El doble del volum (C) El quadrat del volum (D) El cub del volum (E) La quarta potència del volum

3.– En una piràmide pentagonal volem pintar cada vèrtex d'un color de manera que no es puguin unir dos vèrtexs del mateix color mitjançant una aresta. Quin és el mínim nombre de colors que necessitem?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

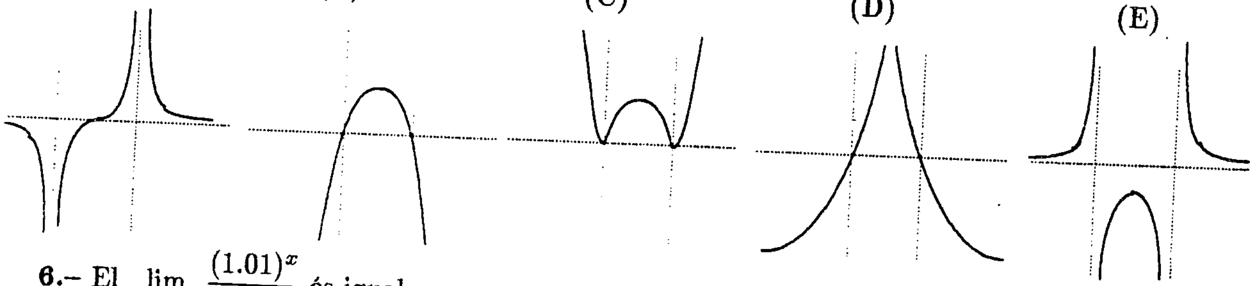


4.– Construïm un cub soldant 12 varetes de filferro de 3 cm de longitud. Si una formiga parteix d'un dels vèrtexs i es posa a caminar per les arestes, la distància més gran que pot recórrer abans de tornar a aquell vèrtex i sense repetir cap aresta és, en cm:

(A) 24 (B) 12 (C) 30 (D) 18 (E) 36

5.– La funció $\left(\frac{1}{f}\right)(x)$ és la representada a la gràfica anterior. Localitzeu la funció $f(x)$ entre les que es donen seguidament:

(A) (B) (C) (D) (E)

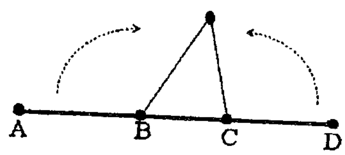


6.– El $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{(1.01)^x}{-x^{10}}$ és igual a:

(A) 0 (B) $+\infty$ (C) 1 (D) e^{10} (E) $-\infty$

7.– Quatre punts diferents A, B, C i D estan, en aquest ordre, alineats. Els segments AB, AC i AD tenen longituds x, y i z respectivament i sabem que si girem els segments AB i CD al voltant de B i C, respectivament, es poden fer coincidir A amb D de manera que així es forma un triangle de base BC, quines de les següents desigualtats es compleixen:

(I) $x < \frac{z}{2}$ (II) $y < x + \frac{z}{2}$ (III) $y < \frac{z}{2}$

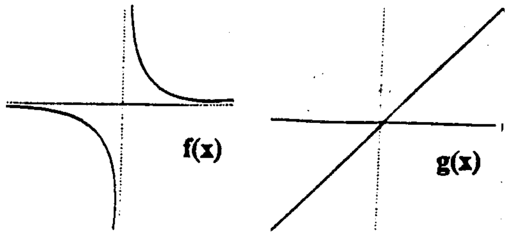


(A) Només la I (B) Només la II (C) Només la I i II (D) Només la II i III (E) Totes tres

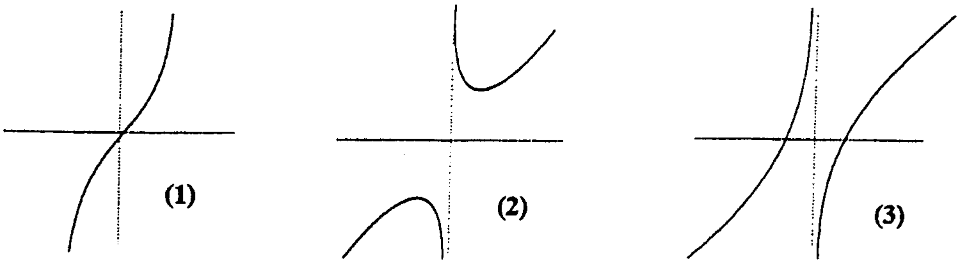
8.– La negació de la frase *per a tot x parell es compleix que $x^2 + x$ és parell* és:

(A) per a tot x parell es compleix que $x^2 + x$ és imparell
(B) per a tot x imparell es compleix que $x^2 + x$ és parell
(C) per a tot x imparell es compleix que $x^2 + x$ és imparell
(D) per a algun x parell es compleix que $x^2 + x$ és imparell
(E) per a algun x imparell es compleix que $x^2 + x$ és parell

9.– Siguin f i g les funcions de la dreta.

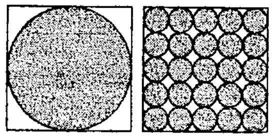


Observeu les gràfiques (1), (2) i (3) següents i digueu quines funcions hi són representades:



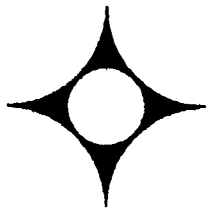
(A) (1) és $f+g$, (3) és $g-f$ (B) (2) és $f+g$, (3) és $f-g$ (C) (2) és $f+g$, (3) és $g-f$
(D) (1) és $f+g$, (3) és $f-g$ (E) (2) és $f-g$, (3) és $g-f$

10.– Teniu dues caixes en forma cúbica i d'igual aresta. En la primera hi ha una gran bola de diàmetre igual a l'alçada de la caixa i, en canvi, a l'altra caixa hi ha boles petites del mateix material disposades en successives capes d'igual nombre de boles cada capa tal i com suggereix la figura. Què es pot dir del pes de les dues caixes?



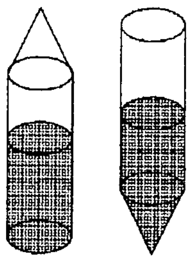
(A) Pesa més la de les boles petites (B) Pesen igual
(C) Pesa més la de la bola gran (D) Una caixa pesa el doble que l'altra
(E) Depèn de la mida de les boles petites

11.– La figura adjunta està construïda amb quatre quadrants de cercles de radi una unitat i un altre cercle tangent interiorment. L'àrea, en unitats quadrades, de la figura ombrejada és:



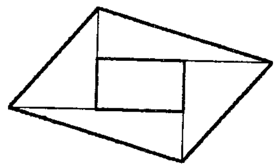
(A) $4-2\pi(2-\sqrt{2})$ (B) $4-2\pi(1-\sqrt{2})$ (C) $4-2\pi$ (D) $4-5\pi/4$
(E) $4-\pi$

12.– Un recipient està format per un cilindre i un con i conté una certa quantitat de líquid. Si es col·loca el recipient en posició vertical amb el cilindre a la part inferior, l'altura a què arriba el líquid és 15 cm tal com es mostra a la figura. En canvi si es col·loca amb el con a la part inferior arriba a una altura de 20 cm. Se sap a més que l'altura total del recipient és de 30 cm. Calculeu quin percentatge del recipient representa la quantitat de líquid que conté.



(A) 50% (B) 60% (C) 66,6% (D) 80% (E) no es pot saber

1.– Doblem la longitud dels costats d'un rectangle tal com es mostra a la figura adjunta i unim els punts resultants per tal de formar un nou quadrilàter. En quina situació és possible que resulti un nou rectangle?

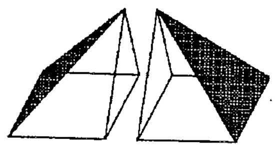


(A) mai (B) si partim d'un quadrat (C) si partim d'un rectangle auri
(D) si partim d'un rectangle d'àrea 1 (E) sempre

2.– A, B, C són tres punts de l'espai $\mathbb{R}^3$. Quantes possibilitats hi ha per escollir un quart punt D de manera que els quatre punts siguin els vèrtexs d'un paral·lelogram?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) més de 4

3.– Una piràmide quadrangular regular es talla per la meitat per un pla perpendicular a un dels costats de la base en el seu punt mitjà. Tot seguit enganxem les dues peces tot fent coincidir els triangles isòsceles ombrejats. El cos que s'obté d'aquesta manera té:



(A) 4 cares (B) 5 cares (C) 6 cares (D) 7 cares (E) 8 cares

4.– Quantes xifres té el nombre $4^a \cdot 5^b$ essent $a, b \in \mathbb{N}, b = 2a + 3$?

(A) menys de $2a$ (B) $2a + 2$ (C) $2a + 3$ (D) més de $2a + 3$ (E) no es pot saber

5.– Quantes solucions té l'equació $|\sqrt{x-1} - 2| + |\sqrt{x-1} - 3| = 1$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) infinites

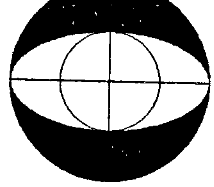
6.– Per quins nombres reals x, no nuls, el nombre $\dfrac{|x - |x||}{x}$ és enter i positiu?

(A) només si x és negatiu (B) només si x és positiu (C) només si x és un enter imparell
(D) per tots els nombres reals x no nuls (E) per cap nombre reals x no nul

7.– Les persones espabilades responen bé a una certa qüestió; les que contesten a l'atzar no són espabilades. Llavors es pot assegurar que:

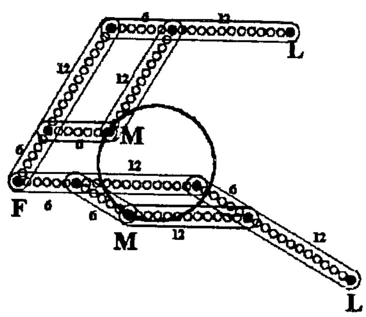
(A) Totes les persones que contesten a l'atzar s'equivoquen.
(B) Les persones que són espabilades responen a l'atzar.
(C) Totes les persones que contesten bé són espabilades.
(D) Algunes persones que contesten a l'atzar encerten la resposta.
(E) De cap de les proposicions A, B, C i D se'n pot assegurar la certesa.

8.– El radi de la circumferència petita de la figura és la meitat del radi de la circumferència gran. Llavors la relació entre l'àrea ombrejada i l'àrea tancada per l'el·lipse és...



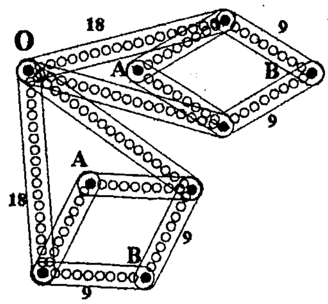
(A) $1:1$ (B) $2:1$ (C) $1:2$ (D) $2:\pi$ (E) $\pi:2$

9.– L'aparell de la dreta s'anomena pantògraf i el pots veure en dues posicions. Si fixes el punt F i fas que el punt M recorri una circumferència de radi 5, llavors el punt L, que es mourà tal com li permeten les peces de Mecano de què està fet l'aparell descriurà...



(A) una circumferència de radi 5
(B) una circumferència de radi 7,5
(C) una circumferència de radi 15
(D) una el·lipse
(E) una altra figura

10.– A la figura de la dreta pots veure un altre aparell que rep el nom d'*inversor de Peaucellier* i també se'n mostren dues posicions. Està format per sis peces de Mecano, dues més llargues i quatre més curtes, que formen un rombe. També en aquest cas, si fixes el punt O i fas moure el punt A, el punt B es desplaçarà segons el moviment que li obliguen a fer les peces que pivoten en els punts negres. Amb les mesures que pots veure a la figura, es pot demostrar que sempre...



(A) $OA \cdot OB = 162$ (B) $OA \cdot OB = 243$

(C) $OA \cdot OB = 405$ (D) $\dfrac{OB}{OA} = 2$

(E) les distàncies OA i OB varien independentment l'una de l'altra

11.– Quantes solucions té l'equació $x(x+1)+(x+1)(x+2)+...+(x+9)(x+10) = 1000x+1997$ que siguin nombres enters?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) infinites

12.– Per sortejar un nombre del 01 al 19 es posen en un bombo dues boles numerades amb el 0 i l'1 i en un altre bombo deu boles numerades del 0 al 9. Es treu una bola del primer bombo (desenes) i una altra del segon (unitats). Si surt 00 es torna a repetir tot el procès, fins que surti realment un nombre del 01 al 19. Quina és la probabilitat que surti el nombre 15?

(A) 1/15 (B) 1/19 (C) 1/20 (D) 1/21

(E) no es pot saber perquè, teòricament, pot ser que el procès no s'acabi

Pàgina E7. Nivell 4

En aquesta dotzena trobareu alguns exercicis nous i variants sobre aquests o sobre altres exercicis ja proposats. En algun cas, necessitareu alguns recursos allunyats del currículum de la matèria de modalitat de matemàtiques al batxillerat, però que, sens dubte convé fer com a ampliació.

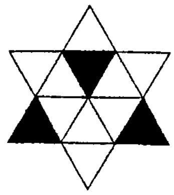
1.– Digues quin és el més petit dels nombres següents, en el benentès que els arguments estan escrits en radiants.

(A) $\sin(\sin 2)$ (B) $\sin(\cos 2)$ (C) $\cos(\sin 2)$ (D) $\cos(\cos 2)$ (E) 0

2.– El valor de $(7+\sqrt{51})^5 \cdot (7-\sqrt{51})^5$ és

(A) 2^5 (B) 2^{-5} (C) $(-2)^5$ (D) $(-2)^{-5}$ (E) una altra resposta

3.– A la figura hi ha 12 triangles de la mateixa mida, dels quals en veus tres acolorits. Compta quants esquemes **diferents** (ni girats ni simètrics) pots aconseguir amb exactament tres triangles acolorits, de manera que siguin tres triangles exteriors (puntes de l'estel) (i, per tant, la figura no correspon a cap dels esquemes que es demanen).



(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) $\binom{6}{3}$

4.– La cara ABC d'un tetràedre $ABCD$ és un triangle rectangle amb l'angle recte en el vèrtex C, La cara ABC és perpendicular a les cares ABD i BCD. Quantes cares del tetràedre són triangles rectangles?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) No es pot saber del cert

5.– En un parc hi ha pins i alzines. Quina de les següents afirmacions pot ser certa?

(A) Totes les alzines són més petites que algun pi, i tots els pins són més petits que qualsevol alsina.

(B) Totes les alzines són més petites que algun pi, i algun dels pins és més petit que qualsevol alsina.

(C) Alguna alzina és més petita que algun dels pins, i tots els pins són més petits que qualsevol alsina.

(D) Alguna alzina és més petita que qualsevol pi, i algun pi és més petit que qualsevol alzina.

(E) Totes les afirmacions (A)–(D) són sempre falses.

6.– ¿Quin és el valor de a_{1998} en una successió numèrica definida per recurrència com s'exposa seguidament?

$$a_0 = 4, a_1 = 6 \text{ i } a_{n+1} = \frac{a_n}{a_{n-1}} \text{ per a } n \geqslant 1.$$

(A) 4 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 6 (D) 24 (E) 2997

7.– El valor de $(7+i\sqrt{51})^5 \cdot (7-i\sqrt{51})^5$ és

(A) $10^5 i$ (B) 32 (C) 10^{10} (D) 10^5 (E) -32

8.– Sigui $f(x) = x^{3997} - 1998x^{1999} + 1999x^{1998} - 1998 \cdot 1999$. Quantes solucions reals té l'equació $f(x) = 0$?

(A) 3 (B) 4 (C) 1998 (D) 1999 (E) 3997

9.– Quantes solucions reals té l'equació $x^{1997} = 1998x + 1999$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 1997 (E) no es pot saber

10.– A la figura de l'exercici 3, quants esquemes **diferents** (ni girats ni simètrics) pots aconseguir amb tres qualssevol dels dotze triangles acolorits?

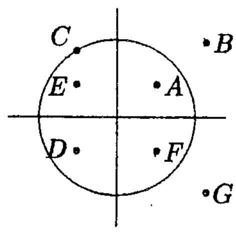
(A) 4 (B) 6 (C) 12 (D) 24 (E) $\binom{12}{3}$

11.– Quin és el mínim de la funció $f(x)$ següent, quan x recorre el conjunt dels nombres positius?

$$f(x) = \frac{(x+\frac{1}{x})^6 - (x^6 + \frac{1}{x^6}) - 2}{(x+\frac{1}{x})^3 + x^3 + \frac{1}{x^3}}$$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

12.– Els punts A, B, C, D, E, F, G es corresponen a nombres complexos del pla. Si la circumferència és la circumferència amb centre a l'origen i radi 1, llavors l'invers de A és



(A) C (B) D (C) F (D) G (E) B

Les solucions

Pàgina P0

1.– D	5.– C	9.– B
2.– C	6.– D	10.– B
3.– E	7.– E	11.– E
4.– E	8.– B	12.– B

Pàgina P1

1.– C	5.– C	9.– B
2.– D	6.– B	10.– D
3.– B	7.– B	11.– D
4.– B	8.– D	12.– C

Pàgina P2

1.– D	5.– B	9.– B
2.– C	6.– B	10.– C
3.– C	7.– E	11.– D
4.– E	8.– E	12.– D

Pàgina P3

1.– D	5.– C	9.– B
2.– C	6.– E	10.– B
3.– B	7.– B	11.– D
4.– C	8.– B	12.– C

Pàgina P4

1.– B	5.– B	9.– C
2.– C	6.– D	10.– A
3.– D	7.– B	11.– C
4.– D	8.– E	12.– B

Pàgina P5

1.– D	5.– C	9.– B
2.– A	6.– E	10.– B
3.– A	7.– B	11.– C
4.– B	8.– B	12.– B

Pàgina P6

1.– C	5.– C	9.– C
2.– C	6.– B	10.– D
3.– D	7.– B	11.– C
4.– B	8.– B	12.– D

Pàgina A1

1.– E	5.– E	9.– B
2.– D	6.– C	10.– D
3.– C	7.– B	11.– B
4.– B	8.– C	12.– B

Pàgina A2

1.– A	5.– B	9.– A
2.– E	6.– B	10.– C
3.– B	7.– D	11.– A
4.– A	8.– B	12.– D

Pàgina A3

1.– D	5.– E	9.– E
2.– C	6.– C	10.– D
3.– E	7.– C	11.– D
4.– B	8.– B	12.– A

Pàgina A4

1.– A	5.– A	9.– E
2.– C	6.– C	10.– D
3.– D	7.– C	11.– E
4.– D	8.– C	12.– D

Pàgina A5

1.– D	5.– B	9.– B
2.– E	6.– B	10.– E
3.– C	7.– B	11.– B
4.– D	8.– B	12.– A

Pàgina A6

1.– D	5.– A	9.– B
2.– C	6.– A	10.– E
3.– A	7.– E	11.– D
4.– C	8.– D	12.– B

Pàgina A7

1.– A	5.– E	9.– A
2.– C	6.– A	10.– B
3.– D	7.– D	11.– E
4.– D	8.– D	12.– E

Pàgina A8

1.– C	5.– C	9.– C
2.– B	6.– A	10.– C
3.– D	7.– B	11.– C
4.– B	8.– A	12.– B

Pàgina A9

1.– C	5.– B	9.– E
2.– B	6.– D	10.– A
3.– C	7.– C	11.– D
4.– A	8.– E	12.– C

Pàgina A10

1.– C	5.– B	9.– C
2.– B	6.– C	10.– D
3.– D	7.– B	11.– D
4.– B	8.– D	12.– C

Pàgina A11

1.– B	5.– E	9.– E
2.– D	6.– A	10.– B
3.– A	7.– C	11.– B
4.– C	8.– C	12.– A

Pàgina A12

1.– B	5.– E	9.– A
2.– D	6.– C	10.– C
3.– B	7.– C	11.– C
4.– D	8.– B	12.– C

Pàgina A13

1.– B	5.– C	9.– E
2.– C	6.– E	10.– D
3.– B	7.– C	11.– E
4.– E	8.– E	12.– C

Pàgina B1

1.– A	5.– C	9.– B
2.– C	6.– A	10.– D
3.– C	7.– E	11.– E
4.– D	8.– C	12.– C

Pàgina B2

1.– D	5.– E	9.– C
2.– B	6.– B	10.– E
3.– D	7.– E	11.– D
4.– B	8.– A	12.– A

Pàgina B3

1.– B	5.– A	9.– D
2.– B	6.– B	10.– D
3.– D	7.– C	11.– A
4.– C	8.– D	12.– C

Pàgina B4

1.– B	5.– A	9.– C
2.– B	6.– C	10.– C
3.– C	7.– D	11.– D
4.– C	8.– A	12.– B

Pàgina B5

1.– D	5.– C	9.– E
2.– A	6.– A	10.– B
3.– E	7.– C	11.– C
4.– C	8.– E	12.– C

Pàgina B6

1.– C	5.– C	9.– A
2.– C	6.– E	10.– C
3.– C	7.– C	11.– C
4.– C	8.– C	12.– D

Pàgina B7

1.– B	5.– B	9.– D
2.– B	6.– C	10.– A
3.– C	7.– B	11.– D
4.– D	8.– C	12.– B

Pàgina B8

1.– B	5.– C	9.– C
2.– C	6.– A	10.– E
3.– C	7.– C	11.– D
4.– C	8.– D	12.– B

Pàgina B9

1.– C	5.– B	9.– B
2.– D	6.– C	10.– A
3.– D	7.– D	11.– A
4.– D	8.– B	12.– C

Pàgina C1

1.– B	5.– C	9.– E
2.– C	6.– A	10.– A
3.– D	7.– B	11.– D
4.– C	8.– C	12.– B

Pàgina C2

1.– C	5.– B	9.– C
2.– D	6.– B	10.– B
3.– D	7.– C	11.– D
4.– C	8.– C	12.– B

Pàgina C3

1.– E	5.– D	9.– D
2.– B	6.– C	10.– C
3.– D	7.– B	11.– B
4.– A	8.– D	12.– C

Pàgina C4

1.– B	5.– D	9.– D
2.– A	6.– B	10.– C
3.– B	7.– B	11.– E
4.– B	8.– B	12.– D

Pàgina C5

1.– B	5.– C	9.– D
2.– C	6.– D	10.– D
3.– D	7.– D	11.– A
4.– B	8.– E	12.– D

Pàgina C6

1.– A	5.– C	9.– C
2.– A	6.– C	10.– B
3.– E	7.– D	11.– A
4.– A	8.– D	12.– E

Pàgina C7

1.– C	5.– B	9.– C
2.– B	6.– A	10.– C
3.– C	7.– D	11.– A
4.– D	8.– D	12.– C

Pàgina C8

1.– D	5.– E	9.– A
2.– A	6.– E	10.– A
3.– E	7.– A	11.– A
4.– D	8.– B	12.– E

Pàgina C9

1.– C	5.– A	9.– C
2.– C	6.– D	10.– B
3.– C	7.– C	11.– C
4.– B	8.– A	12.– B

Pàgina C10

1.– A	5.– B	9.– D
2.– C	6.– E	10.– D
3.– E	7.– A	11.– D
4.– D	8.– C	12.– B

Pàgina C11

1.– B	5.– B	9.– D
2.– D	6.– B	10.– D
3.– E	7.– D	11.– C
4.– D	8.– A	12.– C

Pàgina C12

1.– A	5.– E	9.– C
2.– D	6.– C	10.– E
3.– D	7.– A	11.– C
4.– C	8.– A	12.– A

Pàgina E1

1.– D	5.– B	9.– C
2.– A	6.– D	10.– B
3.– C	7.– D	11.– B
4.– E	8.– B	12.– B

Pàgina E2

1.– D	5.– B	9.– B
2.– D	6.– B	10.– B
3.– B	7.– B	11.– E
4.– C	8.– A	12.– C

Pàgina E3

1.– E	5.– C	9.– A
2.– A	6.– E	10.– B
3.– A	7.– C	11.– B
4.– A	8.– C	12.– D

Pàgina E4

1.– B	5.– C	9.– E
2.– C	6.– D	10.– D
3.– D	7.– D	11.– D
4.– C	8.– E	12.– C

Pàgina E5

1.– A	5.– C	9.– C
2.– E	6.– E	10.– B
3.– C	7.– C	11.– A
4.– A	8.– D	12.– B

Pàgina E6

1.– B	5.– E	9.– C
2.– C	6.– E	10.– B
3.– E	7.– E	11.– A
4.– C	8.– A	12.– B

Pàgina E7

1.– B	5.– B	9.– B
2.– C	6.– A	10.– D
3.– B	7.– C	11.– E
4.– D	8.– A	12.– D

Els nostres Cangurs

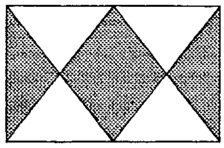
Els enunciats

Cangur-96. *Nivell 1.* Preguntes de 3 punts.

1.– Representants de 12 països han preparat per a vosaltres aquestes 30 preguntes. Cada problema s'ha discutit durant 10 minuts. Quants minuts ha durat la preparació del concurs?

(A) 360 (B) 300 (C) 120 (D) 52 (E) 40

2.– A la figura, l'àrea de la regió en blanc és 6 cm^2. Quina és, en cm^2, l'àrea de la regió grisa?



(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 9 (E) 12

3.– Dels nombres que segueixen, quin és el més gran?

(A) $1 \times 9 \times 9 \times 6$ (B) $19 \times 9 \times 6$ (C) $1 \times 99 \times 6$ (D) $1 \times 9 \times 96$ (E) 19×96

4.– Podem formar nombres diferents amb les xifres 1, 2, 3 i 4 (fent servir cada xifra una sola vegada); per exemple, 3241. Quant val la diferència entre el més gran i el més petit dels nombres que podem formar així?

(A) 2203 (B) 2889 (C) 3003 (D) 3087 (E) 3333

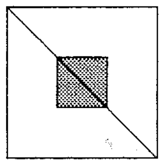
5.– Una circumferència i un rectangle s'estimen bojament. «Per desgràcia», diu la circumferència, «mai no podem tenir més de n punts en comú, encara que jo creixi o disminueixi». Quant val n?

(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

6.– El nombre $\frac{1}{10} + \frac{1}{100} + \frac{1}{1000}$ és igual a:

(A) $\frac{3}{1110}$ (B) $\frac{3}{1000}$ (C) $\frac{111}{1000}$ (D) $\frac{111}{1110}$ (E) $\frac{3}{111}$

7.– A la figura, l'àrea del quadrat gran és 1 m^2. La seva diagonal es divideix en tres parts iguals i la seva part central és la diagonal del quadrat gris. Quina és l'àrea d'aquest quadrat més petit?



(A) $\frac{1}{10}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) $\frac{1}{3}$

8.– El pati de butaques d'un teatre té 26 files de 24 butaques cada una. Es numeren les butaques correlativament, començant per la primera fila. A quina fila hi haurà el seient número 375?

(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15 (E) 16

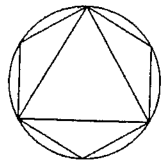
9.– En Joan i en Pere van amb les seves bicicletes per una pista circular. En Joan tarda 6 minuts a donar una volta sencera a la pista i en Pere tarda 4 minuts. Surten junts i en el mateix sentit. Quants minuts, des de la sortida, tardarà en Pere a atrapar en Joan?

(A) 24 (B) 12 (C) 10 (D) 6 (E) 4

10.– Al costat d'un nombre de dues xifres s'escriu el mateix nombre, amb la qual cosa tenim un nombre de 4 xifres. Quin és el quocient entre el nombre així format i l'inicial?

(A) 10 (B) 11 (C) 99 (D) 100 (E) 101

Cangur-96. *Nivell 1.* **Preguntes de 4 punts.**



11.– Un triangle equilàter i un hexàgon regular s'inscriuen en un mateix cercle. Si dividim l'àrea de l'hexàgon per la del triangle, el resultat és:

(A) 1,5 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

12.– Un cangur té a la bossa 3 guants blancs, 2 de negres i 5 de grisos. Vol treure'n un parell sense mirar. Quants guants ha de treure, com a mínim, per poder estar segur que dos d'ells són del mateix color?

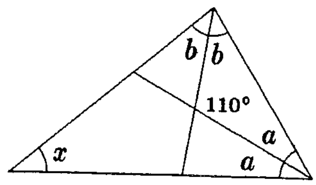
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 7 (E) 10

13.– Dels enunciats que segueixen, digueu quins són els correctes:

1) La suma de dos nombres negatius és sempre negativa.
2) La suma d'un nombre negatiu i un de positiu és sempre positiva.
3) La suma d'un nombre negatiu i dos de positius és sempre positiva.

(A) cap (B) només l'1 (C) 1 i 3 (D) 2 i 3 (E) tots

14.– Les bisectrius de dos angles d'un triangle formen un angle de 110°. Determineu el tercer angle del triangle (a la figura, l'angle x).

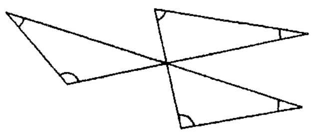


(A) 30° (B) 40° (C) 45° (D) 55° (E) 70°

15.– Un rellotge es retarda 8 minuts cada 24 hores. Quants minuts haurem d'avançar-lo a les 22 hores (10 hores de la nit) si volem que indiqui l'hora correcta a les 7 del matí següent?

(A) 1 m 40 s (B) 2 m 20 s (C) 3 m (D) 4 m 30 s (E) 6 m

16.– La suma dels angles senyalats a la figura val:



(A) 120° (B) 150° (C) 180° (D) 270° (E) 360°

17.– Un pot ple de llet pesa 34 kg. Quan està mig buit pesa 17,5 kg. Quin és el pes del pot?

(A) 1 kg (B) 0,5 kg (C) 1,5 kg (D) 2 kg (E) no es pot saber

18.– Una noia està disparant en una galeria de tir. Paga per fer 5 trets. Cada vegada que fa diana té dos trets addicionals gratis. Si ha disparat 17 vegades, quantes vegades ha fet diana?

(A) 6 (B) 4 (C) 5 (D) 12 (E) 7

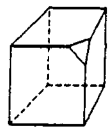
19.– Quantes vegades, entre les 6 del matí i les 6 de la tarda, formen angle recte les busques d'un rellotge?

(A) 2 (B) 6 (C) 12 (D) 22 (E) 24

20.– L'Helena té molts triangles equilàters de 1 dm de costat. Quants en necessita si vol formar un altre triangle equilàter de 2 m de costat?

(A) 200 (B) 300 (C) 400 (D) 600 (E) 800

21.– Es talla un vèrtex d'un cub de fusta i s'obté el sòlid de la figura. Tot seguit es tallen, de la mateixa manera, els altres 7 vèrtexs del cub, i així s'obté un sòlid de 14 cares (les cares triangulars no es toquen entre elles). Quants vèrtexs (v) i quantes arestes (a) té el sòlid format?



(A) $v = 24, a = 36$ (B) $v = 36, a = 24$ (C) $v = 24, a = 24$ (D) $v = 36, a = 32$
(E) $v = 36, a = 18$

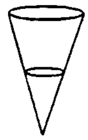
22.– És impossible que el nombre de punts d'intersecció de 4 rectes del pla sigui

(A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 6

23.– Quants triangles hi ha de perímetre 15 i els costats dels quals són nombres enters?

(A) 1 (B) 5 (C) 7 (D) 19 (E) 45

24.– La Maria i la Clara tenen un gelat en forma de con. El parteixen en dos per la meitat de l'altura, com es veu a la figura. La Maria pren la part de dalt i la Clara la part de baix. Quantes vegades té la Maria més gelat que la Clara?

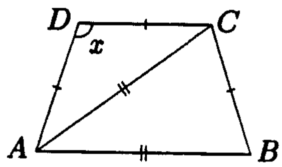


(A) 1,5 (B) 2 (C) 3 (D) 7 (E) 8

25.– Una línia de metro té forma circular. Els trens s'hi mouen en el mateix sentit, a velocitats iguals i a intervals regulars. Avui hi ha 24 trens. Demà hi haurà més trens, de manera que els intervals seran un 20% més curts. Quants trens extra hi haurà demà?

(A) 2 (B) 3 (C) 5 (D) 6 (E) 12

26.– En la figura, AB és paral·lela a CD. A més, $AD = DC = CB$ i $AB = AC$. Determineu l'angle x.



(A) 108° (B) 120° (C) 130° (D) 150° (E) No es pot determinar

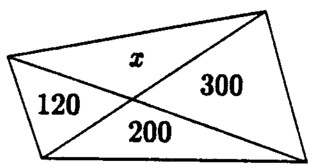
27.– En Carles, que té 2203 llibres, els «numera» amb un codi de 3 lletres, usant les 26 lletres $(A, B, C, ..., X, Y, Z)$ i seguint aquest ordre: $AAA, AAB, AAC, ..., AAZ, ABA, ABB, ...$
Quin és el codi del darrer llibre?

(A) CFS (B) CHT (C) DGS (D) DFT (E) ZZZ

28.– Sis persones s'asseuen al voltant d'una taula rodona. Successivament, diu cada una: «Les dues persones que em fan costat, una a la dreta i l'altra a l'esquerra, menteixen». Es sap que un mentider sempre menteix i que el que no és mentider sempre diu la veritat. Quants mentiders hi ha a la taula?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) no es pot saber

29.– Un pastís té forma de quadrilàter i el tallo per les diagonals, en 4 parts. Me'n menjo 1 part. Peso les altres 3 i el resultat és 120 g, 200 g i 300 g, respectivament. Quants grams (x) pesava el tros que m'he menjat?



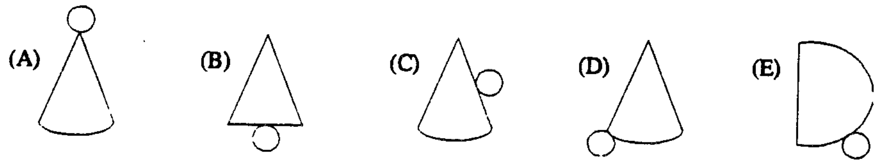
(A) 120 (B) 180 (C) 280 (D) 330 (E) 500

30.– Un estudiant ha tingut 31 exàmens en 5 anys. Cada any ha tingut més exàmens que l'anterior. El nombre d'exàmens que ha tingut el cinquè any és el triple dels que va tenir el primer. Quants exàmens va tenir el quart any?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 8

Cangur-96. *Nivells 2/3.* **Preguntes de 3 punts.**

1.– Quina de les figures següents representa el desenvolupament d'un con circular recte?



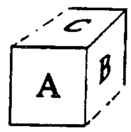
2.– Quantes xifres té el nombre $2^{12} \times 5^{8}$?

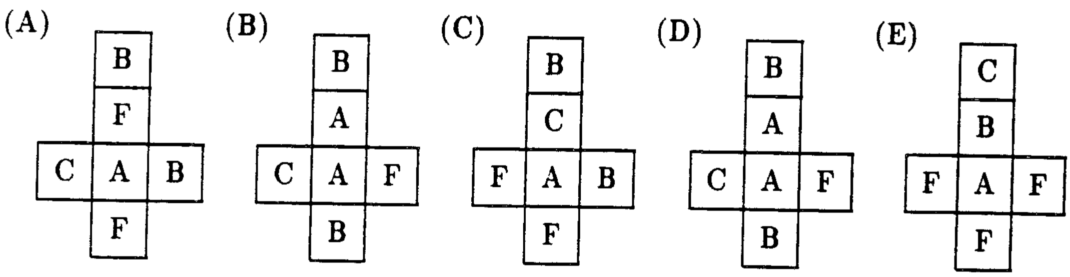
(A) 20 (B) 12 (C) 10 (D) 96 (E) un altre valor

3.– Dels nombres següents, quin és el més gran?

(A) $(9^9)^9$ (B) $9^{(9^9)}$ (C) 99^9 (D) 9^{99} (E) 999

4.– Amb quin model dels que segueixen es pot construir el cub de la figura?





5.– Un comerciant augmenta els seus preus d'un 10% i després d'un 5%. En constatar que les vendes disminueixen, els rebaixa d'un 5% i després d'un 10%. Quin enunciat dels que segueixen expressa la relació que hi ha entre els preus al final i al principi?

(A) no han variat (B) s'han apujat (C) s'han abaixat
(D) uns s'han apujat i d'altres s'han abaixat (E) no es pot deduir res

6.– El producte dels nombres 123 456 i 654 321 és igual a:

(A) 80 779 853 373 (B) 80 779 853 376 (C) 80 779 853 806 (D) 80 779 853 911 (E) 80 000 000 006

7.– El desenvolupament decimal de $\sqrt{2}$:

(A) té un nombre finit de decimals (B) és periòdic (C) és periòdic, però no es coneix el període
(D) no és periòdic (E) només conté les xifres 1, 2 i 4

8.– El nombre 0,027027027 ... és igual a:

(A) $\frac{27}{99}$ (B) $\frac{27}{101}$ (C) $\frac{1}{37}$ (D) $\frac{1}{27}$ (E) un altre valor

9.– La suma dels angles d'un polígon regular de n costats val:

(A) $(n-2)\pi$ (B) $(n^2-6n+10)\pi$ (C) $n\pi$ (D) $2n\pi$ (E) $n\pi/2$

10.– La suma $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\cdots+\frac{1}{64}$ és igual a

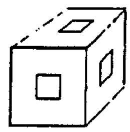
(A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{127}{128}$ (D) $\frac{63}{64}$ (E) un altre valor

Cangur-96. *Nivell 2/3.* **Preguntes de 4 punts.**

11.– Una ciutat té una població de 100000 habitants, la qual augmenta regularment d'un 10% cada any. D'aquí a 10 anys, el nombre d'habitants d'aquesta ciutat serà, aproximadament:

(A) 110000 (B) 150000 (C) 180000 (D) 200000 (E) 260000

12.– Es perfora un cub de costat 3 tal com indica la figura. Sabent que el costat dels quadrats petits és 1, el volum del sòlid que s'obté és:



(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19 (E) 20

13.– Si a i b són dos nombres reals positius o nuls, llavors la igualtat $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ és certa:

(A) sempre (B) si $ab = \frac{1}{2}$ (C) si $ab = 0$ (D) si $a = b$ (E) mai

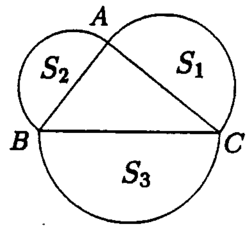
14.– Quants nombres enters compleixen l'equació $\big|2 - |x|\big| \leq 5$?

(A) 7 (B) 8 (C) 13 (D) 15 (E) un altre valor

15.– Quina de les ternes de nombres següents **no** correspon a les mides dels costats d'un triangle rectangle?

(A) $(6,8,10)$ (B) $(5,12,13)$ (C) $(7,24,25)$ (D) $(9,40,41)$ (E) $(11,52,55)$

16.– Es construeixen 3 semicercles exteriorment al triangle ABC, rectangle en A, de manera que els seus diàmetres respectius siguin els tres costats del triangle. Si S_1, S_2 i S_3 són les àrees dels semicercles de diàmetres AB, AC i BC, respectivament, llavors:



(A) $S_1 + S_2 = S_3$ (B) $2S_1 + S_2 = S_3$ (C) $S_1 + 2S_2 = S_3$
(D) $S_1 + S_2 > S_3$ (E) $S_1 + S_2 < S_3$

17.– Digueu quin valor del nombre p fa que les equacions $(p+1)x = 3$ i $p(x-1) = 1 + p$ tinguin la mateixa solució.

(A) 1 (B) 0 (C) 3 (D) -2 (E) un altre valor

18.– Un corredor acaba la cursa en el lloc 1996. Li diuen que han estat desqualificats tots els corredors que ocupaven llocs múltiples de 6. Quin és el seu nou lloc?

(A) 1663 (B) 1664 (C) 1662 (D) 332 (E) 333

19.– Es defineix una operació $\diamond$ de la manera següent: $a \diamond b = ab + a + b$. Quin valor de b compleix $3 \diamond 5 = 2 \diamond b$?

(A) 23/2 (B) 6 (C) 4 (D) 7 (E) 15/2

20.– Indiqueu per a quin valor de x és falsa una sola de les tres afirmacions següents: «x és un enter», «$x^2 - 3x$ és un enter negatiu» i «$x + 1/x$ és un enter».

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

21.– El cub de la meitat del triple d'un nombre i el triple de la meitat del cub del mateix nombre, són iguals?

(A) sí, per a tots els nombres (B) només per al nombre 0 (C) només per al nombre 1 (D) només per als nombres 0 i 1 (E) no es compleix per a cap nombre

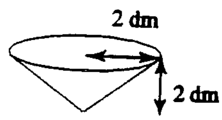
22.– a, b i c són proporcionals als nombres 1, 2 i 4. A quins nombres són proporcionals els nombres $a(b+c)$, $b(c+a)$, $c(a+b)$?

(A) 3, 4 i 5 (B) 6, 10 i 12 (C) 3, 5 i 6 (D) 1, 4 i 16 (E) una altra resposta

23.– La igualtat $\sqrt{x^2-1} = \sqrt{x-1}\sqrt{x+1}$, entre nombres reals, es compleix pels nombres reals x següents:

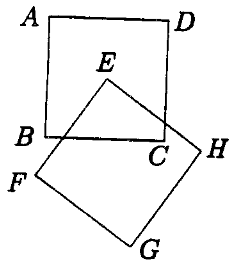
(A) per a tot x (B) per a $-1 \leq x \leq 1$ (C) per a $x \geq 1$ (D) per a $x \leq -1$ (E) per a $x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

24.– Un recipient de forma cònica, d'altura 2 dm i de radi 2 dm, és ple d'aigua. Es buida el contigut dins un cub de 2 dm de costat. A quina altura, en dm, arriba l'aigua dins el cub?



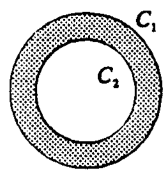
(A) 2/3 (B) 3/2 (C) $\pi/2$ (D) $\pi/3$ (E) l'aigua vessa

25.– Els quadrats $ABCD$ i $EFGH$ tenen costat a. Sabent que E és el centre del quadrat $ABCD$, quant val l'àrea de la part comuna als dos quadrats?



(A) $a^2/4$ (B) $a^2/3$ (C) $a^2/2$ (D) $a^2/6$ (E) un altre valor

26.– Els radis dels cercles concèntrics C_1 i C_2 són R i $2R/3$, respectivament. Quin és el quocient de l'àrea de la corona circular entre C_1 i C_2 i l'àrea de C_2?



(A) 1/4 (B) 2/3 (C) 4/5 (D) 5/4 (E) 3/2

27.– En el pla es considera el conjunt de rectes d'equacions

$$(m+1)x + (m-2)y - 5m + 4 = 0,$$

on m és un nombre real. Quina de les afirmacions següents és certa?

(A) totes les rectes passen per l'origen (B) totes les rectes són concurrents (C) totes les rectes són paral·leles (D) totes les rectes són perpendiculars entre elles (E) per a $m = 5/4$, la recta passa per l'origen

28.– En quin dels intervals següents l'equació $\sin x = 0,5$ té una única solució?

(A) $[0, +\infty)$ (B) $[0, \pi/6)$ (C) $(0, \pi]$ (D) $(0, 2\pi/3]$ (E) en cap interval

29.– En quina base de numeració es té la igualtat $26 \times 23 = 642$?

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12 (E) un altre valor

30.– L'interval més gran en què les funcions $f(x) = |\sin x|$ i $g(x) = \sin |x|$ són iguals és:

(A) $[0, \pi]$ (B) $[0, 2\pi]$ (C) $[-\pi, \pi]$ (D) $[-\pi/2, \pi/2]$ (E) un tal interval no existeix

Cangur-97. *Nivell 1.* **Preguntes de 3 punts.**

AS **1.**– Si l'any passat van participar a les proves **Cangur** un milió cent mil alumnes de vint-i-dos països, quina és, en milers, la mitjana de participants de cada país?

(A) 5 (B) 50 (C) 500 (D) 5000 (E) 50000

AS **2.**– Em queda molt poca gasolina; només per recórrer 10 quilòmetres. Primer, he de fer un trajecte de 3 km 600 m; després, un altre de 3 km 400 m, fins a arribar a una plaça, i, en acabat, he de fer 500 m per donar la volta a la plaça. Quants quilòmetres podré circular encara abans d'arribar a la gasolinera?

(A) 1 i mig (B) 2 i mig (C) 3 i mig (D) 6
(E) Amb el trajecte que diu l'enunciat, m'he quedat sense gasolina

3.– La meitat de la meitat de la meitat d'una quantitat x és:

(A) $\frac{x}{6}$ (B) $\frac{x}{8}$ (C) $\frac{1}{6x}$ (D) $\frac{1}{8x}$ (E) Cap de les anteriors

AS **4.**– Quan ja havíem repartit un pastís, han arribat més convidats, i veiem que ens caldrà dividir cada part en quatre de més petites. Si ara som 16, en quantes parts havíem dividit el pastís inicialment?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

AS **5.**– En cada vèrtex i en el centre d'un hexàgon regular es disposen els nombres del 4 al 10 de manera que la suma dels que apareixen a les diagonals és la mateixa. Quin dels nombres següents pot haver-hi al centre de l'hexàgon?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

AS **6.**– Una ampolla d'un litre plena d'aigua pesa 1,2 kg. Quant pesarà, en grams, si l'omplim d'oli de densitat 0,9 g/cm^3?

(A) 900 (B) 1000 (C) 1100 (D) 1200 (E) Depèn de la forma de l'ampolla

AS **7.**– Quants divisors enters positius té el nombre que s'obté quan es multipliquen les xifres de 1997?

(A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 10 (E) 20

AS **8.**– Dos nombres positius són proporcionals a 3 i a 4, i la suma dels seus quadrats és 625. Quin és el més petit d'aquests nombres?

(A) 5 (B) $\frac{25}{\sqrt{7}}$ (C) 15 (D) 20 (E) $\frac{75}{\sqrt{7}}$

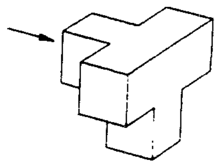
AS **9.**– El valor de $\sqrt[3]{1997^{15}}$ és

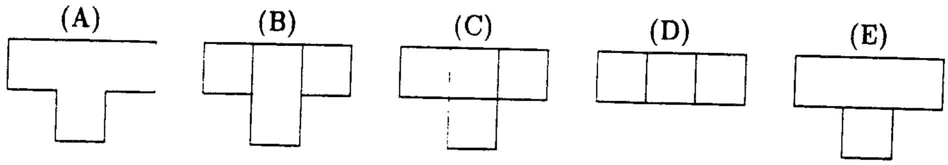
(A) 1997^5 (B) 1997^{12} (C) $\frac{1997^{15}}{3}$ (D) 1997^{18} (E) Cap de les anteriors

10.– Si tinc 100 PTA, me'n gasto el 30%, i del que em queda em gasto el 20%, quantes PTA em queden?

(A) 50 (B) 56 (C) 60 (D) 66 (E) 70

11.– Donada la figura de la dreta, quina de les imatges que segueixen pot correspondre a la de la visió de la peça des d'on indica la fletxa?





12.– Si $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$, on a, b, c, d són nombres positius, llavors

(A) $a < c$ i $b < d$ (B) $a < c$ i $b > d$ (C) $ac < bd$ (D) $ab < cd$ (E) $ad < bc$

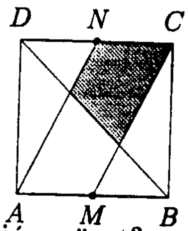
13.– L'expressió $x^2 - 0{,}01$ es pot escriure:

(A) $(x + 0{,}01)(x - 0{,}01)$ (B) $(x^2 - 0{,}1)(x^2 + 0{,}1)$ (C) $(x - 0{,}01)^2$ (D) $(x - 0{,}1)(x + 0{,}1)$
(E) Cap de les anteriors

14.– Si $ABCDEF$ és un hexàgon regular de costat 1, i $A'B'C'$ un triangle equilàter de costat 2, la raó entre l'àrea de l'hexàgon i l'àrea del triangle és:

(A) 1 : 1 (B) 1 : 2 (C) 2 : 1 (D) 3 : 2 (E) 3 : 1

15.– Si $ABCD$ és un quadrat de costat 1, M és el punt mitjà de AB, i N, el punt mitjà de CD, llavors l'àrea de la regió ombrejada és:



(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ (E) Cap de les anteriors

16.– Si a, b, c són nombres diferents de 0, en quines condicions pot ser certa la relació següent?

$$\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{\frac{a}{b}}{c}$$

(A) Sempre que $a = b = c$ (B) Només si $a = b = c = 1$ (C) Només si $c = 1$
(D) Quan $c = 1$ o $c - 1$ (E) Sempre

17.– Si $x + \frac{1}{x} = y$, llavors $x^2 + \frac{1}{x^2}$ és igual a:

(A) y^2 (B) $y^2 + 1$ (C) $y^2 - 2$ (D) $y^2 + 2$ (E) Cap de les anteriors

18.– Si barregem 6 litres de vi de 100 PTA el litre amb 9 litres de vi de 200 PTA/l, el preu per litre (en PTA) de la barreja és:

(A) 120 (B) 150 (C) 160 (D) 180 (E) Cap de les anteriors

19.– Si afegim una certa quantitat als nombres 60, 100 i 150, la mateixa en cada cas, resulta una progressió geomètrica. Quina és la raó d'aquesta progressió?

(A) 100 (B) 2 (C) $\frac{5}{4}$ (D) 1 (E) No té solució

20.– Si A és el 10% de B. B és el 20% de C, C és el 30% de D i A també és el 1,5% de E, quin tant per cent de D és E?

(A) 4 (B) 20 (C) 30 (D) 40 (E) Un altre valor

Cangur-97. *Nivell 1.* Preguntes de 5 punts.

21.– Si $\dfrac{b}{a} = 2$ i $\dfrac{c}{b} = 3$, quant val $\dfrac{a+b}{b+c}$?

(A) $\dfrac{3}{8}$ (B) $\dfrac{3}{4}$ (C) $\dfrac{2}{3}$ (D) $\dfrac{3}{2}$ (E) 1

22.– Si el terme general d'una successió és $a_n = 2 + (-1)^n$, els termes a_1, a_2, a_3, a_4 d'aquesta successió són:

(A) $2, -1, 2, -1$ (B) $1, 3, 1, 3$ (C) $2, 3, 5, 4$ (D) $2, 0, 2, 0$ (E) Cap de les anteriors

23.– Si el radi d'un cercle augmenta d'una unitat, l'àrea del cercle augmenta:

(A) D'una unitat quadrada (B) De dues unitats quadrades (C) De π unitats quadrades
(D) De 2π unitats quadrades (E) Cap de les anteriors

24.– Considerem un triangle ABC i siguin M i N els punts mitjans de AB i AC, respectivament. Si transformem el vèrtex A per la simetria de la recta MN seguida de la simetria respecte de la recta BC, i el resultat és el punt A', llavors A' és:

(A) El punt mitjà de MN (B) El simètric de A respecte de BC (C) El punt mitjà de BC
(D) El peu de l'altura del triangle respecte del vèrtex A (E) Cap de les anteriors

25.– Quina és la probabilitat que, en llançar un dau dues vegades, obtinguem la mateixa puntuació?

(A) $\dfrac{1}{6}$ (B) $\dfrac{1}{18}$ (C) $\dfrac{1}{12}$ (D) $\dfrac{2}{3}$ (E) $\dfrac{5}{6}$

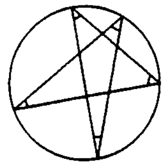
26.– L'expressió $\dfrac{1}{x(x-1)} + \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{x}$ és igual a:

(A) $\dfrac{2}{x^2(x-1)}$ (B) $\dfrac{2}{x(x-1)^2}$ (C) $\dfrac{2}{x^2(x-1)^2}$ (D) $\dfrac{2}{x(x-1)}$ (E) Cap de les anteriors

27.– Una habitació quadrada es pot pavimentar exactament amb 64 rajoles quadrades, sense partir-ne cap. Quantes rajoles iguals a les anteriors, també senceres, es necessitarien per pavimentar una habitació quadrada d'àrea doble de l'anterior?

(A) 100 (B) 128 (C) 256 (D) 4096 (E) És impossible fer el que diu l'enunciat

28.– La suma dels angles marcats de la figura és:

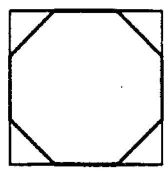


(A) 90° (B) 180° (C) 270° (D) 360° (E) 450°

29.– Si $n = \dfrac{36 \times 0{,}4 \times 27}{0{,}18 \times 1997}$, quina de les afirmacions següents és certa?

(A) $n \leq 0{,}1$ (B) $n \leq 1$ (C) $n = 1$ (D) $n > 1$ (E) $n > 10$

30.– Un octògon regular està inscrit en un quadrat, tal com indica la figura. Si la longitud del costat del quadrat és 1, llavors la longitud del costat de l'octògon és:



(A) $\sqrt{2} - 1$ (B) $\dfrac{2}{4+\sqrt{2}}$ (C) $\dfrac{5}{11}$ (D) $\dfrac{41}{100}$ (E) $\dfrac{1}{2}$

Cangur-97. *Nivell 2.* Preguntes de 3 punts.

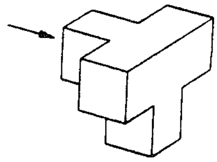
1.– Si l'any passat van participar a les proves **Cangur** un milió cent mil alumnes de vint-i-dos països, quina és, en milers, la mitjana de participants de cada país?

(A) 5 (B) 50 (C) 500 (D) 5000 (E) 50000

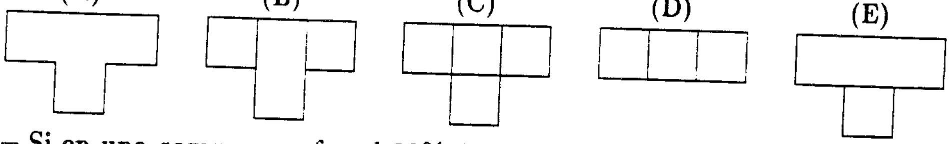
2.– Dos nombres positius són proporcionals a 3 i a 4, i la suma dels seus quadrats és 625. Quin és el més petit d'aquests nombres?

(A) 5 (B) $\frac{25}{\sqrt{7}}$ (C) 15 (D) 20 (E) $\frac{75}{\sqrt{7}}$

3.– Donada la figura de la dreta, quina de les imatges que segueixen pot correspondre a la de la visió de la peça des d'on indica la fletxa?



(A) (B) (C) (D) (E)



4.– Si en una compra ens fan el 20% de descompte i paguem 6496 PTA, quant hauríem de pagar si ens fessin el 30% de descompte (arrodonint, si cal, a pessetes)?

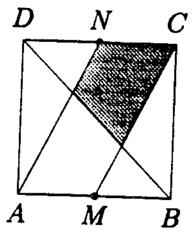
(A) 4547 (B) 5457 (C) 5496 (D) 5684 (E) 5846

5.– S'han usat 8 kg de pintura per pintar uniformement les cares d'un cub. Prenem llavors un altre cub d'aresta la meitat que l'aresta de l'anterior. Quants quilograms de pintura caldran per pintar-lo completament?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 6

6.– Si $ABCD$ és un quadrat de costat 1, M és el punt mitjà de AB, i N, el punt mitjà de CD, llavors l'àrea de la regió ombrejada és:

(A) 1/5 (B) 1/4 (C) 1/3 (D) 1/2 (E) Cap de les anteriors



7.– El resultat de $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \cdots - 1995 - 1996 + 1997$ és:

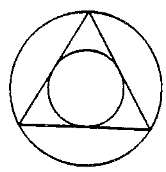
(A) 1000 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) 0

8.– Quants nombres enters positius N menors que 1997 hi ha de manera que $1998 \times N$ sigui un quadrat perfecte?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Cap de les anteriors

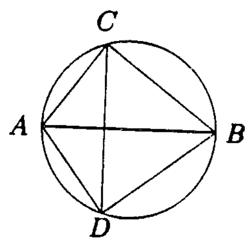
9.– L'àrea de la corona circular formada per les circumferències circumscrita i inscrita d'un triangle equilàter de costat 2 m és, en m^2:

(A) $\frac{7\pi}{8}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) π (D) $\frac{16}{5}$ (E) $\frac{8\pi}{9}$



10.– En la circumferència de la figura, AB és un diàmetre perpendicular a CD. Si $CD = 24$ m i $BD = 20$ m, llavors el radi de la circumferència, en metres, és:

(A) $10\sqrt{2}$ (B) 12 (C) 13 (D) $\frac{25}{2}$ (E) 25



Cangur-97. *Nivell 2.* **Preguntes de 4 punts.**

11.– Una ampolla conté el 30% de suc de fruita i el 70% d'aigua. Si es buida un terç de l'ampolla i es reomple amb aigua, quin és ara el tant per cent de suc que hi ha a l'ampolla?

(A) 20 (B) 30 (C) $53,3$ (D) $63,3$ (E) Un altre tant per cent

12.– Si el terme general d'una successió és $a_n = 2 + (-1)^n$, els termes a_1, a_2, a_3, a_4 d'aquesta successió són:

(A) $2, -1, 2, -1$ (B) $1, 3, 1, 3$ (C) $2, 3, 5, 4$ (D) $2, 0, 2, 0$ (E) Cap de les anteriors

13.– Si $n = \dfrac{36 \times 0{,}4 \times 27}{0{,}18 \times 1997}$, quina de les afirmacions següents és certa?

(A) $n \leqslant 0{,}1$ (B) $n \leqslant 1$ (C) $n = 1$ (D) $n > 1$ (E) $n > 10$

14.– Si A, B i C són els angles d'un triangle i $\sin A = \cos B = \dfrac{1}{2}$, què pots dir del triangle?

(A) És isòsceles (B) És equilàter (C) És acutangle (D) És obtusangle (E) És rectangle

15.– Si $a = 1997^2$ i $b = 1996 \times 1998$, la relació entre a i b és:

(A) $b = a + 1$ (B) $a = b + 1$ (C) $a^2 = b^2 - 1$ (D) $b = a$ (E) $a = 2b$

16.– Una habitació quadrada es pot pavimentar exactament amb 64 rajoles quadrades, sense partir-ne cap. Quantes rajoles iguals a les anteriors, també senceres, es necessitarien per pavimentar una habitació quadrada d'àrea doble de l'anterior?

(A) 100 (B) 128 (C) 256 (D) 4096 (E) És impossible fer el que diu l'enunciat

17.– Si l'angle A és quatre vegades l'angle B, i el complementari de l'angle B és quatre vegades el complementari de l'angle A, llavors B és:

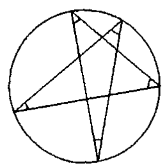
(A) 10° (B) 12° (C) 15° (D) 18° (E) 36°

18.– L'equació $x + \sqrt{2x+3} = 0$ té, per solucions:

(A) Dues solucions de diferent signe (B) Només té una solució positiva
(C) Només té una solució negativa (D) No té solucions (E) Té una infinitat de solucions

19.– La suma dels angles marcats de la figura és:

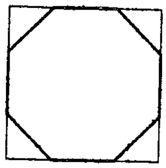
(A) 90° (B) 180° (C) 270° (D) 360° (E) 450°



20.– Si n és un nombre primer de dues xifres, de quin dels següents nombres no es pot assegurar que $n^2 - 1$ és múltiple?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 9 (E) 12

Cangur-97. *Nivell 2.* Preguntes de 5 punts.



21.– Un octògon regular està inscrit en un quadrat, tal com indica la figura. Si la longitud del costat del quadrat és 1, llavors la longitud del costat de l'octògon és:

(A) $\sqrt{2}-1$ (B) $\dfrac{2}{4+\sqrt{2}}$ (C) $\dfrac{5}{11}$ (D) $\dfrac{41}{100}$ (E) $\dfrac{1}{2}$

22.– Si $r+\dfrac{1}{r}=s$, llavors $r^3+\dfrac{1}{r^3}$ és igual a:

(A) s^3 (B) s^3+s (C) s^3+1 (D) s^3-s (E) s^3-3s

23.– Quina és la raó entre l'altura d'un objecte i la seva ombra actual si sabem que, quan l'angle que mesura l'altura del sol sobre l'horitzó s'hagi duplicat, la longitud de l'ombra quedarà dividida per 3?

(A) $\dfrac{1}{3}$ (B) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ (C) $\dfrac{2}{3}$ (D) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ (E) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

24.– Una persona camina per la vorera d'un carrer des del número 1 fins al número 1997. D'aquesta vorera, per davant de quants 9 ha passat?

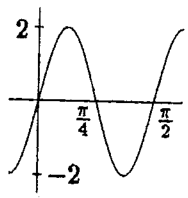
(A) 297 (B) 298 (C) 397 (D) 515 (E) 595

25.– El nombre triangular n-èsim és $\binom{n+1}{2}$. Quants nombres triangulars hi ha més petits que l'any 1997?

(A) 61 (B) 62 (C) 63 (D) 64 (E) 1996

26.– El costat curt d'un camp de futbol fa 60 m i el costat llarg és $\pi/2$ vegades més gran. Si en replantar la gespa del cercle central es tarda 1 dia, i en replantar la resta, 17 dies, quants metres fa el diàmetre del cercle central? (Suposem que el temps de replantar és proporcional a l'àrea.)

(A) 14 (B) 17 (C) 20 (D) $60\sqrt{\dfrac{2}{17}}$ (E) 25

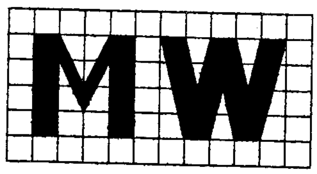


27.– La gràfica de la funció $y=a\sin b\theta$ és la que s'indica a la figura. Quant valen a i b?

(A) $a=b=1$ (B) $a=b=2$ (C) $a=1, b=2$ (D) $a=2, b=1$
(E) Altres valors

28.– Si A és un angle que compleix $0° < A < 90°$, $\sin A = 0{,}1$ i log representa el logaritme decimal, calcula el valor de $\log(\tan A)+\log(\cos A)$.

(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) No existeix; la calculadora donaria error (E) No es pot saber



29.– La proporció entre les superfícies de les lletres M i W de la figura és:

(A) $\dfrac{10}{13}$ (B) $\dfrac{5}{7}$ (C) $\dfrac{5}{6}$ (D) $\dfrac{7}{10}$ (E) $\dfrac{3}{4}$

30.– El nombre de diagonals que es poden dibuixar en un polígon convex de 1997 costats és:

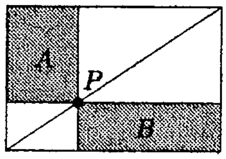
(A) 1995 (B) 1997×997 (C) 1997×998 (D) 1995×1996 (E) 1997×1996

Cangur-97. *Nivell 3.* **Preguntes de 3 punts.**

1.– Si abaixem d'un 10% el preu d'un producte i després apugem el nou preu d'un 10%, el preu:

(A) Queda igual que abans (B) Puja d'un 1% del preu original
(C) Baixa d'un 1% del preu original (D) Depèn del preu original (E) Cap de les anteriors

2.– La raó $A : B$ entre les àrees de la regió A i de la regió B, sabent que P és un punt de la diagonal del rectangle, és:

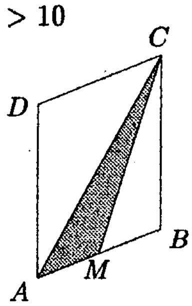


(A) $1:2$ (B) $2:1$ (C) $1:1$ (D) depèn de P (E) Cap de les anteriors

3.– Si $n = \dfrac{36 \times 0{,}4 \times 27}{0{,}18 \times 1997}$, quina de les afirmacions següents és certa?

(A) $n \leqslant 0{,}1$ (B) $n \leqslant 1$ (C) $n = 1$ (D) $n > 1$ (E) $n > 10$

As **4.**– L'àrea del paral·lelogram $ABCD$ és 36 cm^2 i M és el punt mitjà de AB. Quant fa l'àrea del triangle ombrejat expressada en cm^2?

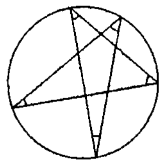


(A) 9 (B) 12 (C) 18 (D) Depèn de si CM és perpendicular a AB o no
(E) No es pot saber

As **5.**– Les dues últimes xifres de $1! + 2! + 3! + \cdots + 1997!$ són:

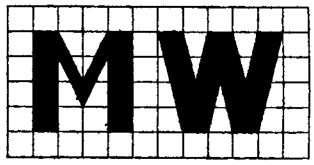
(A) 00 (B) 03 (C) 13 (D) 33 (E) Un altre valor

6.– La suma dels angles marcats de la figura és:



(A) 90° (B) 180° (C) 270° (D) 360° (E) 450°

7.– La proporció entre les superfícies de les lletres M i W de la figura és:

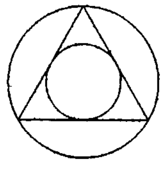


(A) $\frac{10}{13}$ (B) $\frac{5}{7}$ (C) $\frac{5}{6}$ (D) $\frac{7}{10}$ (E) $\frac{3}{4}$

As **8.**– Un nombre N de tres xifres comença per 4. Sigui M el nombre de tres xifres que resulta de N posant el 4 en les unitats i mantenint l'ordre de les altres dues xifres. Si N ultrapassa 400 en la mateixa quantitat que 400 ultrapassa M, llavors N pertany a l'interval:

(A) $[400, 410]$ (B) $[410, 420]$ (C) $[420, 430]$ (D) $[430, 440]$ (E) $[440, 500]$

9.– L'àrea de la corona circular formada per les circumferències circumscrita i inscrita d'un triangle equilàter de costat 2 m és, en m^2:



(A) $\frac{7\pi}{8}$ (B) $\sqrt{10}$ (C) π (D) $\frac{16}{5}$ (E) $\frac{8\pi}{9}$

10.– Si $a \diamond b = \dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}$, quant val $5 \diamond (5 \diamond 5)$?

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{27}{10}$ (C) $\frac{51}{10}$ (D) $\frac{51}{5}$ (E) Cap de les anteriors

AS **11.**– Els antics egipcis consideraven bàsiques les fraccions de numerador 1 i escrivien, per exemple, $(5:3,15)$ per designar que $\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$. Si $(7:x,y)$, on y és un múltiple de x i $y \neq x$, llavors x és:

(A) 4 (B) 7 (C) 14 (D) 21 (E) 28

AS **12.**– El terra d'una habitació rectangular està enrajolat amb rajoles quadrades d'1 m^2. Les rajoles que toquen alguna paret són blanques i les altres, blaves. Se sap que hi ha tantes rajoles blanques com blaves. Quantes habitacions diferents poden complir aquestes condicions?

(A) Cap (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Més de tres

13.– Quin dels nombres següents és la suma de quatre enters consecutius?

(A) 24 (B) 35 (C) 54 (D) 76 (E) 112

AS **14.**– Trobeu quants contraexemples té l'enunciat: «Si n és un enter positiu imparell les xifres del qual sumen 4 i cap d'elles és 0, llavors n és primer».

(A) Cap (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

15.– Quina és la raó entre l'altura d'un objecte i la seva ombra actual si sabem que, quan l'angle que mesura l'altura del sol sobre l'horitzó s'hagi duplicat, la longitud de l'ombra quedarà dividida per 3?

(A) $\dfrac{1}{3}$ (B) $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ (C) $\dfrac{2}{3}$ (D) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$ (E) $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$

AS **16.**– Si $f(f(x))=4x-3$, quina és l'expressió de $f(x)$?

(A) $2x-3$ (B) $-2x+3$ (C) $-4x+1$ (D) $2\sqrt{x}-3$ (E) $4\sqrt{x}+3$

17.– Si α és el complementari de β, i γ és el suplementari de α, quina de les afirmacions següents és certa:

(A) $\cos\gamma=\cos\beta$ (B) $\cos\gamma=\sin\beta$ (C) $\sin\gamma=\sin\beta$ (D) $\sin\gamma=-\cos\beta$ (E) $\cos\gamma=-\sin\beta$

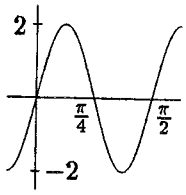
18.– Si $f(x)=\dfrac{1}{x-1}$, el màxim de f és:

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) No en té (E) Cap de les anteriors

19.– Si A és un angle que compleix $0° < A < 90°$, $\sin A = 0{,}1$ i log representa el logaritme decimal, calcula el valor de $\log(\tan A)+\log(\cos A)$.

(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) No existeix; la calculadora donaria error (E) No es pot saber

20.– La gràfica de la funció $y=a\sin b\theta$ és la que s'indica a la figura. Quant valen a i b?



(A) $a=b=1$ (B) $a=b=2$ (C) $a=1, b=2$ (D) $a=2, b=1$
(E) Altres valors

Cangur-97. *Nivell 3.* Preguntes de 5 punts.

21.– Una ampolla conté el 30% de suc de fruita i el 70% d'aigua. Si es buida un terç de l'ampolla i es reomple amb aigua, quin és ara el tant per cent d'aigua que hi ha a l'ampolla (arrodonit)?

(A) 80 (B) 70 (C) 46,7 (D) 36,7 (E) Un altre tant per cent

22.– Si els angles d'un triangle són $\theta, 2\theta, 3\theta$, quant val $\sin^2\theta + \sin^2 2\theta + \sin^2 3\theta$?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) 1 (D) 2 (E) No es pot saber

23.– Un prisma recte de base rectangular està format per 42 cubs d'1 cm d'aresta. Si el perímetre de la base és 18 cm, quants possibles valors té l'altura del prisma?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5 (E) 8

24.– Les arrels del polinomi $P(x) = (x^2+1)^2(x^2-1)^2(x^2+x)$ són:

(A) $-1,-1,-1,0,1,1,-i,-i,i,i$ (B) $-1,-1,-1,0,1,1,-i,-i$ (C) $-1,-1,-1,-1,0,1,1,1,1,-i,i$
(D) $-1,-1,-1,-1,-1,0,1,1,1,1$ (E) Cap de les anteriors

25.– Si $f(x) = ae^{sx}$, $g(x) = be^{tx}$ i $f(x) = g(x)$ per a tot $x \in \mathbf{R}$, llavors:

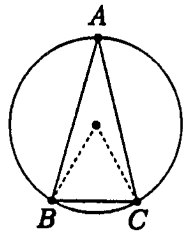
(A) Si $a < b$, llavors $s > t$ (B) Si $a > b$, llavors $s < t$ (C) $a = b$ i $s = t$
(D) No podem afirmar res de a, b, s, t (E) Només és possible si $a = b = 0$

26.– Si $\forall x \in (a,b), f''(x) > 0$, el segment que uneix els punts $(a, f(a))$ i $(b, f(b))$:

(A) Està per sota de la gràfica de $f(x)$ (B) Talla la gràfica de $f(x)$ en un punt c, $a < c < b$
(C) Està per sobre de la gràfica de $f(x)$ (D) És tangent a un punt $(c, f(c))$ per c, $a < c < b$
(E) No es pot assegurar cap de les anteriors

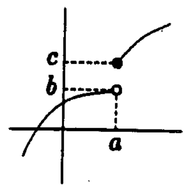
27.– Suposant que el diàmetre de la Terra és de 12500 km, el valor més aproximat, en hectòmetres, de la distància a l'horitzó des d'un punt de visió situat a 2 m sobre el nivell mitjà del mar és:

(A) 5 (B) 17 (C) 34 (D) 50 (E) 65



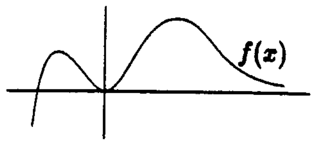
28.– Els punts A, B, C d'un cercle de radi r estan situats de manera que $AB = AC$, $BC < r$ i la longitud de l'arc BC és r. Si mesurem en radians, llavors la raó $\frac{AB}{BC}$ és:

(A) $\frac{1}{2\sin(\frac{1}{4})}$ (B) $2\cos(\frac{1}{2})$ (C) $4\sin(\frac{1}{2})$ (D) $\frac{1}{\sin(\frac{1}{2})}$ (E) $\frac{2}{\cos(\frac{1}{4})}$



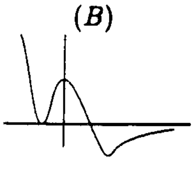
29.– Si la figura és la gràfica de $f(x)$, llavors:

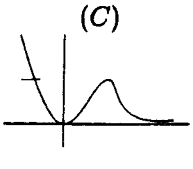
(A) $\lim_{x\to a} f(x) = b$ (B) $\lim_{x\to a} f(x) = c$ (C) $\lim_{x\to a} f(x) = +\infty$ (D) $\lim_{x\to a} f(x) = 0$
(E) $\lim_{x\to a} f(x)$ no existeix

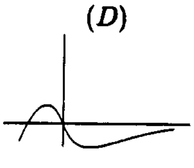


30.– Si $f(x)$ té la gràfica de la figura, quin dels següents esbossos pot correspondre a la gràfica de $f'(x)$?

(A)


(B)


(C)


(D)


(E) Cap de les anteriors

Cangur-97. *Nivell 4.* Preguntes de 3 punts.

1.– Quin dels nombres següents és la suma de quatre enters consecutius?

(A) 24 (B) 35 (C) 54 (D) 76 (E) 112

2.– Calcula el valor de $\sin\frac{\pi}{2}+\sin\frac{2\pi}{2}+\sin\frac{3\pi}{2}+\cdots+\sin\frac{50\pi}{2}+\sin\frac{51\pi}{2}$.

(A) -51 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 51

3.– Quina és la probabilitat que, en llançar un dau dues vegades, obtinguem la mateixa puntuació?

(A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{18}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{5}{6}$

4.– Si $f(f(x)) = 4x-3$, quina és l'expressió de $f(x)$?

(A) $2x-3$ (B) $-2x+3$ (C) $-4x+1$ (D) $2\sqrt{x}-3$ (E) $4\sqrt{x}+3$

5.– El nombre de diagonals que es poden dibuixar en un polígon convex de 1997 costats és:

(A) 1995 (B) 1997×997 (C) 1997×998 (D) 1995×1996 (E) 1997×1996

6.– Trobeu quants contraexemples té l'enunciat: «Si n és un enter positiu imparell les xifres del qual sumen 4 i cap d'elles és 0, llavors n és primer».

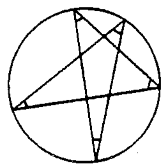
(A) cap (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

7.– La pantalla d'un rellotge digital mostra 4 xifres, per exemple 04:35 o també 23:12. Durant quants minuts en un dia apareix escrit el nombre 13, com és ara $13:xy$ o bé $x1:3y$ o bé $xy:13$?

(A) 86 (B) 89 (C) 113 (D) 143 (E) 164

8.– La suma dels angles marcats de la figura és:

(A) 90° (B) 180° (C) 270° (D) 360° (E) 450°

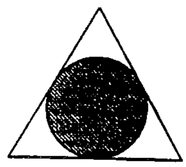


9.– Considerem el triangle ABC i siguin M i N els punts mitjans de AB i AC, respectivament. Si transformem el vèrtex A per la simetria de la recta MN seguida de la simetria respecte de la recta BC, i el resultat és el punt A', llavors A' és:

(A) El punt mitjà de MN (B) El simètric de A respecte de BC (C) El punt mitjà de BC
(D) El peu de l'altura del triangle respecte del vèrtex A (E) Cap de les anteriors

10.– Si el triangle de la figura és equilàter i el seu costat fa 2 m, quina és l'àrea de la zona **no** ombrejada, en m^2?

(A) $\sqrt{3}-1$ (B) $\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{4}$ (E) $\frac{\pi}{4}-\frac{\sqrt{3}}{9}$



11.– Si m és un nombre enter parell i n és un nombre enter, el nombre enter $(m+1)^2+(n+1)(m+1)$ és:

(A) Imparell (B) Parell (C) Positiu (D) De la mateixa paritat que n
(E) Parell només si n és imparell

12.– L'equació $\sin 4\alpha = \frac{1}{4}$, quantes solucions té en l'interval $[0,\pi]$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 8

13.– Jugant a cara o creu, hem obtingut cara 6 cops seguits. Quina és la probabilitat que obtinguem cara en la setena jugada?

(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{128}$ (E) Cap de les anteriors

14.– Si $\forall x \in (a,b), f''(x) > 0$, el segment que uneix els punts $(a, f(a))$ i $(b, f(b))$:

(A) Està per sota de la gràfica de $f(x)$ (B) Talla la gràfica de $f(x)$ en un punt c, $a < c < b$
(C) Està per sobre de la gràfica de $f(x)$ (D) És tangent a un punt $(c, f(c))$ per c, $a < c < b$
(E) No es pot assegurar cap de les anteriors

15.– Si $f\colon \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ té domini $\mathbf{R}$, és derivable a $\mathbf{R}$, i $f'(x) \neq 0$ per a tot $x \in \mathbf{R}$, llavors

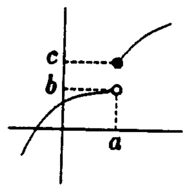
(A) $f(x)$ sempre és creixent (B) $f(x)$ sempre és decreixent (C) $f(x)$ és constant
(D) $f(x)$ no té màxims ni mínims (E) Cap de les anteriors

16.– La probabilitat d'evitar l'alèrgia primaveral és del 80% si prenem la vacuna adequada. Si anem a viure en un clima sec, la probabilitat d'evitar-la és d'un 20%. Suposant que prendre la vacuna i anar a viure en un clima sec són esdeveniments independents, quina és la probabilitat d'evitar l'alèrgia si, a més de vacunar-nos, anem a un clima sec?

(A) 16% (B) 60% (C) 84% (D) 100% (E) Cap de les anteriors

17.– Si la figura és la gràfica de $f(x)$, llavors:

(A) $\lim_{x\to a} f(x) = b$ (B) $\lim_{x\to a} f(x) = c$ (C) $\lim_{x\to a} f(x) = +\infty$ (D) $\lim_{x\to a} f(x) = 0$
(E) $\lim_{x\to a} f(x)$ no existeix



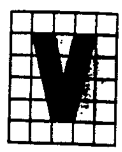
18.– El límit $\lim_{x\to -\infty} x^n e^x$ és igual a:

(A) $-\infty$ (B) 0 (C) 1 (D) n (E) $+\infty$

19.– Suposant que el diàmetre de la Terra és de 12500 km, el valor més aproximat, en hectòmetres, de la distància a l'horitzó des d'un punt de visió situat a 2 m sobre el nivell mitjà del mar és:

(A) 5 (B) 17 (C) 34 (D) 50 (E) 65

20.– El volum del cos de revolució que s'obté fent girar la lletra V de la figura al voltant de l'eix de simetria és:



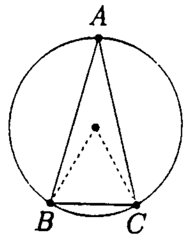
(A) $\frac{79}{6}$ (B) 4π (C) $12,6$ (D) 5π (E) $\frac{25\pi}{6}$

21.– Si $f(x) = ae^{sx}$, $g(x) = be^{tx}$ i $f(x) = g(x)$ per a tot $x \in \mathbb{R}$, llavors:

(A) Si $a < b$, llavors $s > t$ (B) Si $a > b$, llavors $s < t$ (C) $a = b$ i $s = t$

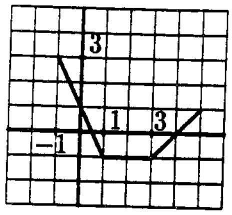
(D) No podem afirmar res de a, b, s, t (E) Només és possible si $a = b = 0$

22.– Els punts A, B, C d'un cercle de radi r estan situats de manera que $AB = AC$, $BC < r$ i la longitud de l'arc BC és r. Si mesurem en radians, llavors la raó $\dfrac{AB}{BC}$ és:



(A) $\dfrac{1}{2\sin(\frac{1}{4})}$ (B) $2\cos(\dfrac{1}{2})$ (C) $4\sin(\dfrac{1}{2})$ (D) $\dfrac{1}{\sin(\frac{1}{2})}$ (E) $\dfrac{2}{\cos(\frac{1}{4})}$

23.– Si $f(x)$ té la gràfica de la figura, llavors $\int_{-1}^{3} f(x)dx =$



(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 1 (E) 2

24.– Si un polinomi té arrels a 1, 2 i 3, llavors:

(A) És segur que el polinomi té grau 3

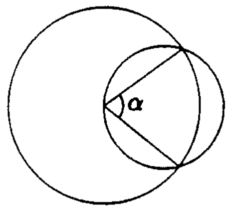
(B) És segur que la derivada del polinomi té una arrel entre 1 i 2

(C) És segur que el polinomi té màxims o mínims relatius a 1, 2, i 3

(D) És segur que el polinomi té altres arrels entre 1 i 2 i entre 2 i 3

(E) No podem assegurar cap de les anteriors; tot depèn del grau del polinomi

25.– En una circumferència de radi 2 s'agafa un sector d'angle central α. El radi de la circumferència circumscrita a aquest sector és:



(A) 1 (B) $\dfrac{1}{\cos\alpha}$ (C) $\cos\alpha$ (D) $\cos(\dfrac{\alpha}{2})$ (E) $\dfrac{1}{\cos(\frac{\alpha}{2})}$

26.– Si A és un angle que compleix $-\dfrac{\pi}{2} < A < \dfrac{\pi}{2}$ i $A \neq \dfrac{\pi}{4}$, quant val $\dfrac{\sin 2A - \cos 2A + 1}{\sin 2A + \cos 2A + 1}$?

(A) $\tan A$ (B) $\tan 2A$ (C) $\dfrac{1}{\tan A}$ (D) $\dfrac{1}{\tan 2A}$ (E) Cap de les anteriors

27.– Si $f(x) = \begin{cases} e^{1/x} & \text{si} \quad x < 0 \\ x & \text{si} \quad x \geq 0 \end{cases}$ llavors, $f(x)$ en el punt 0:

(A) És contínua i derivable (B) És contínua però no derivable (C) És derivable però discontínua

(D) És discontínua (E) No existeix

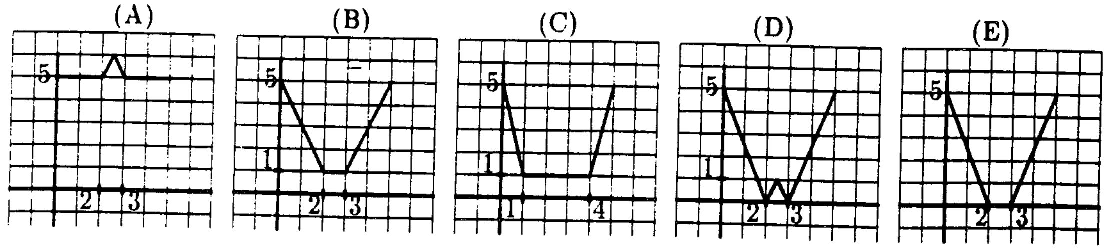
28.– Si $\forall x \in \mathbb{R}, f(-x) = -f(x)$, llavors, $\forall a \in \mathbb{R}$, $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx$ és igual a:

(A) 0 (B) $-a$ (C) a (D) $2a$ (E) $2f(a)$

29.– Quina de les següents funcions compleix, $\forall a, b \in \mathbb{R}$, $f(a) = f(\frac{a}{b}) + f(b)$?

(A) e^x (B) $\sin x$ (C) e^{-x} (D) x (E) $\ln x$

30.– La gràfica de $y = |x-2| + |x-3|$ és:



Cangur-98. *Nivell 1.* **Preguntes de 3 punts.**

	X	Y	Z	T
1		▽		◁
2				
3		△		
4				▷

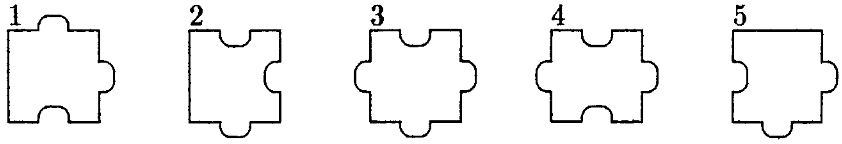
1.– On es troba △?

(A) $Y1$ (B) $T1$ (C) $T4$ (D) $Z2$ (E) $Y3$

2.– Quin és el primer quadrat perfecte més gran que 360?

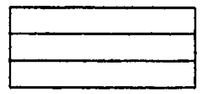
(A) 400 (B) 362 (C) 361 (D) 900 (E) Un valor diferent dels anteriors

3.– Entre aquestes peces d'un trencaclosques, dues tenen la mateixa àrea. Quines són?



(A) 4 i 2 (B) 1 i 5 (C) 1 i 3 (D) 4 i 5 (E) 3 i 5

4.– Quants rectangles veus a la figura?



(A) 1 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

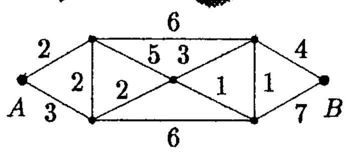
5.– El dia al planeta Mart és 40 minuts més llarg que el dia a la Terra. Quina és la diferència entre una setmana de Mart i una de la Terra?

(A) 4 h 40 min (B) 2 h 80 min (C) 7 h 20 min (D) 40 min (E) 0 min

6.– Tens el conjunt de guants que pots veure a la figura, que són blancs per la banda del palmell i negres per la banda del dors de la mà. Quants parells de guants podràs confegir?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

7.– Per anar de A a B, el nostre cangur ho ha fet de manera que ha acumulat el mínim nombre de punts. Quina és la puntuació que ha obtingut?



(A) 11 (B) 10 (C) 16 (D) 13 (E) 12

8.– Un rellotge de paret toca a les hores les corresponents campanades i a les mitges hores toca una campanada. Quantes campanades toca el rellotge en 24 h? (a una mateixa hora del dia i de la nit toca el mateix nombre de campanades: a les 10 h i a les 22 h, per exemple, toca 10 campanades).

(A) 24 (B) 136 (C) 180 (D) 196 (E) 240

9.– Els darrers Jocs Olímpics d'estiu es van celebrar el 1996 i els darrers Jocs Olímpics d'hivern han acabat fa poques setmanes. Quants Jocs, entre hivern i estiu, se celebraran des d'avui, 20 de març de 1998 fins al 20 de març de 2051?

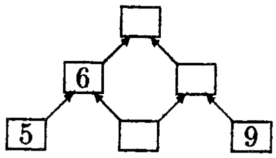
(A) 13 (B) 16 (C) 25 (D) 26 (E) Una resposta diferent de les anteriors

10.– Tenim dues monedes indistingibles i les volem posar en tres butxaques. De quantes maneres diferents podem fer-ho?

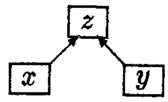
(A) 3 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 9

Cangur-98. *Nivell 1.* Preguntes de 4 punts.

11.– Si seguim el model que es mostra a la dreta, quin nombre hauria de ser al cim de la piràmide de l'esquerre?



Model:



$z = (x + y)/2$

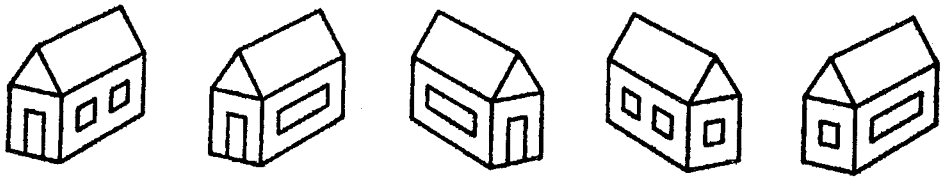
(A) 5 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 12

12.– En Pau ha guanyat una samarreta amb la paraula **CANGUR** escrita a sobre. Amb la samarreta posada, es mira al mirall per veure com li queda. Què hi veurà reflectit?

13.– Un home ha viscut 44 anys, 44 mesos, 44 setmanes, 44 dies i 44 hores. Quants anys té?

(A) 44 (B) 47 (C) 48 (D) 49 (E) 50

14.– Les següents figures mostren 4 vistes d'una caseta X i una d'una caseta Y. Quina és Y?



(A) (B) (C) (D) (E)

15.– Amb tres matrimonis, quants grups de tres persones podem formar de manera que no hi hagi dos cònjuges junts?

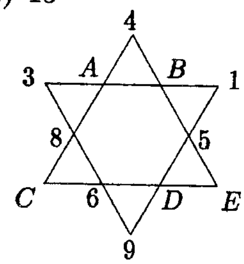
(A) 1 (B) 2 (C) 6 (D) 8 (E) 20

16.– Si d'un nombre de 5 xifres restem el mateix nombre escrit a l'inrevés, la diferència sempre serà divisible per:

(A) 7 (B) 2 (C) 5 (D) 9 (E) 13

17.– Els nombres naturals de l'1 al 12 es disposen a la figura de manera que la suma dels quatre nombres de cada línia sigui la mateixa. On trobarem el nombre 7?

(A) A (B) B (C) C (D) D (E) E



18.– Un meló pesa 4/5 kg més que les 4/5 parts del meló. Quant pesa el meló?

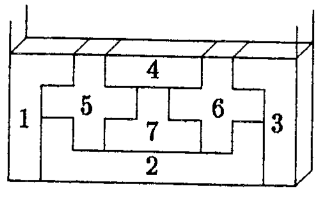
(A) 4/5 kg (B) 4 kg (C) 3 kg (D) 4.5 kg (E) 5 kg

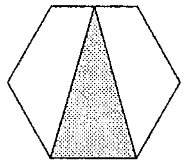
19.– En una cambra hi ha tamborets i cadires. Cada tamboret té tres potes i cada cadira en té quatre. Quan tots els seients estan ocupats, és a dir hi ha una persona asseguda en cada un d'ells, el nombre total de potes i cames és de 39. Quantes cadires hi ha a la cambra?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 9

20.– Quin és l'ordre en el qual les peces no es poden col·locar dins el recipient?

(A) 2, 7, 5, 6, 4, 1, 3 (B) 2, 7, 5, 1, 6, 4, 3 (C) 2, 7, 6, 3, 4, 5, 1
(D) 2, 7, 6, 5, 3, 1, 4 (E) 2, 7, 5, 1, 6, 3, 4





21.– Quina part de l'àrea de l'hexàgon regular representa el triangle ombrejat?

(A) 1/4 (B) 1/3 (C) 3/8 (D) 5/12 (E) 1/2

22.– Per tal de deslliurar la princesa, en Lluís ha de caminar 300 km i despertar-la amb un petó. Cada dia camina 50 km, però durant la nit el malvat bruixot el transporta 40 km endarrere. Quin dia aconseguirà en Lluís besar la princesa?

(A) El dia 26 (B) El dia 27 (C) El dia 28 (D) El dia 29 (E) El dia 30

23.– La Blancaneus ordena els set nans per alçades, del més baixet al més alt, per tal de repartir entre ells els 77 xampinyons que han recollit. En dóna uns quants al més petit i un més que a l'anterior a cadascun dels altres. Quants xampinyons tocaran al més alt?

(A) 17 (B) 15 (C) 14 (D) 11 (E) 8

24.– Quatre equips de futbol juguen una lliga (tots juguen contra tots una vegada). Guanyar es premia amb 3 punts i empatar amb 1 punt. Els equips acaben amb les puntuacions següents: 5, 3, 3 i 2. Quants empats hi ha hagut durant la competició?

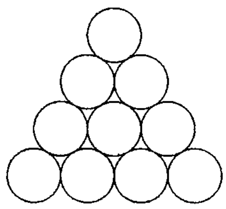
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

25.– Dels 101 dàlmates, 58 tenen taques negres a l'orella esquerra, 15 tenen taques negres a l'orella dreta i 29 tenen les orelles blanques. Quants tenen taques negres a les dues orelles?

(A) 1 (B) 26 (C) 55 (D) 71 (E) 100

26.– En una rifa es premiarà un número extret entre 32 de possibles. Es poden comprar butlletes en cada una de les quals es poden marcar 5 dels 32 números. Quantes butlletes hem d'omplir per assegurar que almenys una d'elles tingui el premi marcat?

(A) 7 (B) 6 (C) 5 (D) 4 (E) 3



27.– Col·loquem deu monedes idèntiques sobre una taula de la manera que es mostra a la figura. Quin és el nombre mínim de monedes que hem de retirar per tal que no es pugui formar cap triangle equilàter amb els vèrtexs coincidents amb centres de les restants?

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

3	4			5
2				
				4

28.– La graella de la figura es pot omplir fent servir els nombres 1, 2, 3, 4 i 5 de manera que cada nombre apareix exactament un sol cop en cada fila, en cada columna i en cada diagonal. Uns quants nombres ja han estat col·locats, tal com es veu a la figura. Quin nombre hi haurà en el quadradet del centre?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

29.– El 99% dels 2 kg que pesa una síndria és aigua. Posteriorment, després d'evaporar-se'n una certa quantitat, la síndria conté un 98% d'aigua. Quin és el pes de la síndria en aquest moment?

(A) 1.99 kg (B) 1.98 kg (C) 1 kg (D) 0.99 kg (E) 0.98 kg

30.– El meu cotxe té un comptador de sis xifres que em mostra els km recorreguts. Fins ara he fet 21120 km, de manera que he llegit al comptador 021120. "És curiós, m'he dit a mi mateix, aquest número el puc llegir a l'inrevés i em dóna el mateix valor." Quantes vegades em passarà el mateix des de 000000 fins a 999999 (aquests valors extrems inclosos)?

(A) 1000 (B) 999 (C) 100 (D) 999999 (E) 666666

Cangur-98. *Nivell 2.* **Preguntes de 3 punts.**

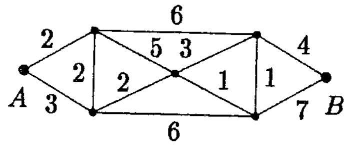
1.– Tenim unes peces de trencaclosques retolades com pots veure seguidament:

GOUROU | OU | K | NGO | ANG | ROU | GOU | GNA | AN | KANG

Quin és el nombre mínim de peces que necessitaràs per tal d'escriure la paraula KANGOUROU (és a dir, CANGUR en francès)?

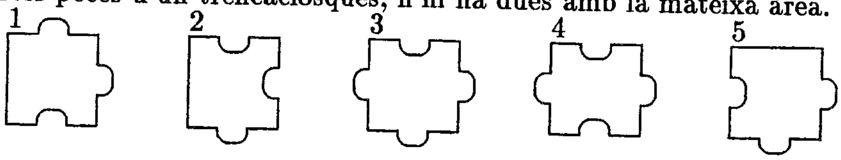
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

2.– Per anar de A a B, el nostre cangur ho ha fet de manera que ha acumulat el mínim nombre de punts. Quina és la puntuació que ha obtingut?



(A) 11 (B) 10 (C) 16 (D) 13 (E) 12

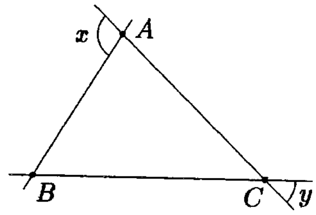
3.– Entre aquestes peces d'un trencaclosques, n'hi ha dues amb la mateixa àrea. Quines són?



(A) 4 i 2 (B) 1 i 5 (C) 1 i 3 (D) 4 i 5 (E) 3 i 5

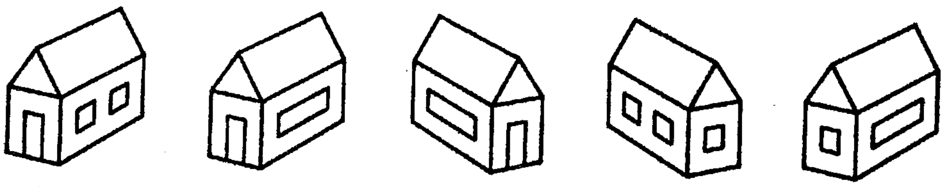
4.– En Pau ha guanyat una samarreta amb la paraula **CANGUR** escrita a sobre. Amb la samarreta posada, es mira al mirall per veure com li queda. Què hi veurà reflectit?

5.– Coneixem els angles x i y de la figura. Quins dels angles interiors $\widehat{A}$, $\widehat{B}$, $\widehat{C}$ del triangle ABC es poden calcular?



(A) Només $\widehat{A}$ (B) Només $\widehat{B}$
(C) Només $\widehat{C}$ (D) Només $\widehat{A}$ i $\widehat{C}$
(E) $\widehat{A}, \widehat{B}$ i $\widehat{C}$

6.– Les següents figures mostren 4 vistes d'una caseta X i una vista d'una caseta Y. Quina és Y?

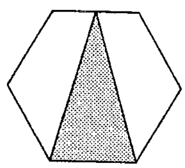


(A) (B) (C) (D) (E)

7.– L'àrea d'un triangle equilàter és 36. En cada vèrtex retallem un petit triangle equilàter de manera que la figura resultant sigui un hexàgon regular. Quina és l'àrea de l'hexàgon?

(A) 24 (B) 26 (C) 28 (D) 30 (E) 33

8.– Quina part de l'àrea de l'hexàgon regular representa el triangle ombrejat?



(A) 1/4 (B) 1/3 (C) 3/8 (D) 5/12 (E) 1/2

9.– Si escrivim tots els enters positius des de 1 fins a 1000, quantes vegades escriurem la xifra 4?

(A) 110 (B) 300 (C) 121 (D) 200 (E) 100

10.– Algun any el mes de gener té exactament 4 dilluns i 4 divendres. En quin dia de la setmana cau l'1 de gener aquests anys?

(A) Dimarts (B) Dimecres (C) Dijous (D) Dissabte (E) Diumenge

Cangur-98. *Nivell 2.* **Preguntes de 4 punts.**

11.– El meu cotxe té un comptador de sis xifres que em mostra els km recorreguts. Fins ara he fet 21120 km, de manera que he llegit al comptador 021120. "És curiós, m'he dit a mi mateix, aquest número el puc llegir a l'inrevés i em dóna el mateix valor." Quantes vegades em passarà el mateix des de 000000 fins a 999999 (aquests valors extrems inclosos)?

(A) 1000 (B) 999 (C) 100 (D) 999999 (E) 666666

12.– Un quadrat d'1 m de costat es divideix, mitjançant palets de 5 cm cadascun, en petits quadrats iguals cadascun dels quals queda vorejat exactament per quatre palets. El quadrats contigus tenen exactament un palet en comú. Quants palets fan falta?

(A) 400 (B) 480 (C) 640 (D) 840 (E) 960

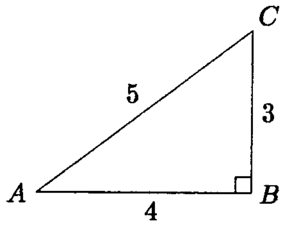
13.– Amb tres matrimonis, quants grups de tres persones podem formar de manera que no hi hagi dos cònjuges junts?

(A) 1 (B) 2 (C) 6 (D) 8 (E) 20

14.– Tens una capsa de dimensions 40 cm×25 cm×15 cm. La vols omplir amb cubs petits (aresta 5 cm) i cubs més grans (aresta 10 cm), de manera que, sense que quedi espai buit a la capsa, utilitzis el mínim nombre de cubs possible. Quants cubs hi haurà dins la capsa?

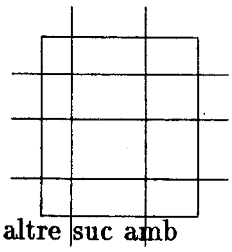
(A) 56 (B) 58 (C) 60 (D) 64 (E) 120

15.– Tenim un tros de paper en forma de triangle rectangle ABC de costats $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm, $AC = 5$ cm. Dobleguem el full de manera que el vèrtex C se superposi sobre el punt B. Quina és, en cm, la longitud del segment que marca el doblec?



(A) $1\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) $2\frac{1}{2}$ (D) 3 (E) 4

16.– Dividim un tros rectangular de paper en 24 parts mitjançant un total de N línies entre verticals i horitzontals. (En la figura teniu un exemple de divisió en 12 parts amb $N = 5$.) Si volem aconseguir 24 parts, N **no** pot ser...



(A) 8 (B) 9 (C) 12 (D) 18 (E) 23

17.– Dos litres de suc de fruita amb un 10% de sucre es barregen amb tres litres d'un altre suc amb un 15% de sucre. Quin tant per cent de sucre conté la barreja?

(A) 25% (B) 5% (C) 13% (D) 12.5% (E) 12.75%

18.– En Joan i la Joana acaben de seguir un règim per aprimar-se. En Joan, que pesava entre 60 i 65 kg, ha perdut entre 3 i 4 kg. La Joana, que pesava entre 63 i 67 kg, ha perdut entre 4 i 5 kg. Si en Joan i la Joana es pesen junts damunt una balança, el pes conjunt segur que serà entre

(A) 114 i 123 kg (B) 116 i 123 kg (C) 114 i 125 kg (D) 116 i 125 kg (E) No ho podem saber

19.– Tens al davant quatre noies. Veus que l'Anna porta ulleres; que la Maria, que està d'esquena, no porta llaç als cabells; que la Tània no porta ulleres i, finalment, l'Olga, que també està d'esquena, sí que porta un llaç als cabells. Vols comprovar la certesa del fet que, si una noia no porta ulleres llavors porta un llaç per lligar-se els cabells al darrere. Per tal d'estar-ne segur basta que es tombin...

(A) La Maria i la Tània (B) La Maria (C) La Tània
(D) L'Anna i la Maria (E) La Tània i l'Olga

20.– Dels 101 dàlmates, 58 tenen taques negres a l'orella esquerra, 15 tenen taques negres a l'orella dreta i 29 tenen les orelles blanques. Quants tenen taques negres a les dues orelles?

(A) 1 (B) 26 (C) 55 (D) 71 (E) 100

Cangur-98. *Nivell 2.* Preguntes de 5 punts.

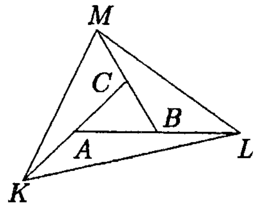
21.– Una planta d'un edifici es divideix en 16 cambres. Un cert nombre de portes permet d'anar a qualsevol cambra des de qualsevol cambra (possiblement creuant altres cambres). Quin és el nombre mínim de portes que calen per aconseguir això?

(A) 8 (B) 12 (C) 15 (D) 16 (E) 31

22.– En Joan vol dividir un cercle en diverses parts, de qualsevol forma que resultin, amb una o dues línies rectes. S'ha marcat quatre fites: dividir-lo en 2, en 3, en 4 o en 5 parts. Quantes d'aquestes fites podrà aconseguir?

(A) cap (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Totes

23.– Fem dobles les longituds dels costats d'un triangle ABC i d'aquesta manera obtenim un nou triangle KLM com es pot veure a la figura. Si l'àrea del triangle ABC és 1 unitat, quina és l'àrea del triangle KLM?



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

24.– Quin és el nombre màxim d'elements que podem escollir del conjunt $S = \{1, 2, \ldots, 24, 25\}$ de manera que cap parella dels escollits tingui una suma divisible per 3?

(A) 5 (B) 4 (C) 17 (D) 10 (E) 9

25.– Començant per l'1, eliminem un sí un no dels nombres 1, 2, 3, ... , 1997, 1998. Després tornem a eliminar un sí un no dels que resten, començant pel primer. Si repetim aquest procés fins que només ens quedi un nombre, quin és aquest nombre?

(A) 2 (B) 64 (C) 512 (D) 1024 (E) 1998

26.– Quins dels nombres següents és divisible per 7, qualssevol que siguin les xifres P i Q?

(A) $QQPPQP$ (B) $QPQPQP$ (C) $PQPPQQ$
(D) $QPPQQP$ (E) $PPPQQQ$

27.– Tenim dos pals clavats en un terra pla; l'un fa 3 m d'alçada i l'altre 6 m. Hi ha dues cordes tibants: l'una uneix l'extrem superior d'un dels pals amb l'extrem inferior de l'altre i l'altra corda fa el mateix però a l'inrevés. Quina alçada tindrà el punt d'intersecció de les dues cordes?

(A) 1.5 m (B) $\sqrt{3}$ m (C) 2 m (D) 2.25 m (E) Depèn de la distància entre els dos pals.

28.– Una pastilla de sabó té forma de paral·lelepípede rectangular. En Pere, que fa servir el sabó uniformement, observa que, passats 19 dies, les dimensions han disminuït un terç del seu valor inicial. Durant quants dies podrà encara rentar-se en Pere?

(A) 8 (B) 19 (C) 27 (D) 38 (E) Cap de les anteriors respostes

29.– Les longituds dels quatre costats i d'una diagonal d'un quadrilàter són 2, 1, 5, 2.8 i 7.5 en algun ordre. D'aquests cinc nombres, la longitud de la diagonal és:

(A) 1 (B) 2 (C) 2.8 (D) 5 (E) 7.5

30.– En una escola hi ha entre 500 i 1000 estudiants. Si els reunim en grups de 18 o 20 o 24, en cada cas hi ha 7 estudiants sobrers. Quants estudiants té l'escola?

(A) 609 (B) 848 (C) 720 (D) 707 (E) 727

Cangur-98. *Nivell 3.* **Preguntes de 3 punts.**

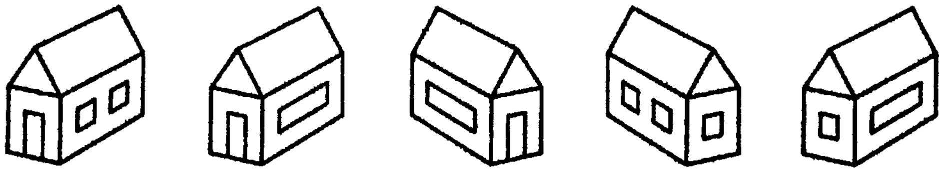
1.– En Pau ha guanyat una samarreta amb la paraula **CANGUR** escrita a sobre. Amb la samarreta posada, es mira al mirall per veure com li queda. Què hi veurà reflectit?

(A) **CVNGՈR** (B) **RUGNAC** (C) **ЯUϽИAƆ** (D) **ƆAИGUЯ** (E) **ЯUGNAƆ**

2.– L'Àlex i la Berta tenen 3 targetes cadascun; les de l'Àlex estan numerades amb els nombres 2, 4 i 6 i les de la Berta amb els nombres 1, 3 i 5. Han de col·locar les targetes alternativament, començant per l'Àlex i omplint ordenadament d'esquerra a dreta les caselles de l'esquema □□□□□□. L'objectiu de l'Àlex és aconseguir un nombre de sis xifres tan petit com sigui possible i, en canvi, la Berta intenta escriure un nombre tan gran com pugui. Quin serà el resultat?

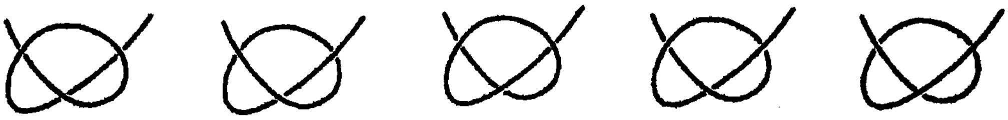
(A) 123456 (B) 654321 (C) 254361 (D) 253146 (E) 253416

3.– Les següents figures corresponen a quatre vistes d'una caseta X i a una d'una altra caseta Y. Quina és la que representa Y?



(A) (B) (C) (D) (E)

4.– Si estireu pels dos extrems els cordills del gràfic, quin d'ells formarà un nus?



(A) (B) (C) (D) (E)

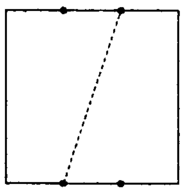
5.– Dos litres de suc de fruita amb un 10% de sucre es barregen amb tres litres de suc de fruita amb un 15% de sucre. Quin tant per cent de sucre té la barreja?

(A) 25% (B) 5% (C) 13% (D) 12,5% (E) 12,75%

6.– El pendent de la recta d'equació $\frac{x}{5} + \frac{y}{7} = 1$ és igual a:

(A) $\frac{7}{5}$ (B) 12 (C) $-\frac{7}{5}$ (D) $\frac{5}{7}$ (E) 35

7.– En la figura els punts indicats divideixen els costats corresponents en tres parts iguals. Si la dobleguem per la línia de punts, quina forma tindrà la part *doblement-coberta* després del doblegament?



(A) Paral·lelogram (B) Pentàgon (C) Trapezoide
(D) Triangle (E) Hexàgon

8.– La Blancaneus ordena els set nans per alçades, del més baixet al més alt, per tal de repartir entre ells els 707 xampinyons que han recollit. En dóna uns quants al més petit i un més que l'anterior a cadascun dels altres. Quants xampinyons li tocaran al més alt?

(A) 107 (B) 105 (C) 104 (D) 101 (E) 98

9.– Quin és l'enter n amb la propietat que tant $n+27$ com $n-62$ són quadrats de nombres naturals?

(A) 598 (B) 1598 (C) 3998 (D) 1998 (E) No existeix aital nombre

10.– Posem boles blanques, negres, vermelles i blaves en 4 capses de manera que cada bola se situa en una capsa del seu mateix color. Quin és el nombre mínim de boles que calen per poder estar segurs que hi ha una capsa que conté, si més no, 6 boles?

(A) 24 (B) 21 (C) 20 (D) 12 (E) 16

Cangur-98. *Nivell 3.* Preguntes de 4 punts.

11.– Quin angle formen les agulles del rellotge a les 9 h 20 min?

(A) 140° (B) 150° (C) 160° (D) 165° (E) 170°

12.– Tot seguit podeu veure un raonament sobre desigualtats que ha fet un alumne:

(1) Tenim $X > 3$
(2) d'ací es dedueix $3X > 9$
(3) d'ací es dedueix $3X - X^2 > 9 - X^2$
(4) d'ací es dedueix $X(3-X) > (3-X)(3+X)$
(5) d'ací es dedueix $X > 3 + X$
(6) i, finalment, concloem que $0 > 3$.

Evidentment l'alumne ha comès una errada de raonament. Ha fet l'errada quan ha passat de ...

(A) (1) a (2) (B) (2) a (3) (C) (3) a (4) (D) (4) a (5) (E) (5) a (6)

13.– Definim una operació així: $a \diamond b = \max(2a, a+b)$. El resultat de $(2 \diamond 3) \diamond (3 \diamond 2)$ és:

(A) 9 (B) 10 (C) 11 (D) 12 (E) 13

14.– Si $3^x = 12$ i $12^y = 81$, quin és el valor de xy?

(A) 3.5 (B) 1 (C) 4 (D) 27 (E) 5

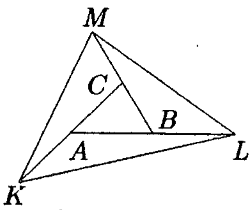
15.– Tenim dos pals clavats en un terra pla; l'un fa 3 m d'alçada i l'altre 6 m. Hi ha dues cordes tibants: l'una uneix l'extrem superior d'un dels pals amb l'extrem inferior de l'altre i l'altra corda fa el mateix però a l'inrevés. Quina alçada tindrà el punt d'intersecció de les dues cordes?

(A) 1,5 (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) 2,25 (E) Depèn de la distància a què estiguin clavats els pals

16.– Prenem tres punts del pla que no estan alineats. Quantes rectes del pla tenen la propietat que estan a la mateixa distància de tots tres punts?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Una infinitat

17.– Fem dobles les longituds dels costats d'un triangle ABC i d'aquesta manera obtenim un nou triangle KLM com es pot veure a la figura. Si l'àrea del triangle ABC és 1 unitat, quina és l'àrea del triangle KLM?



(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

18.– Una partícula es mou en un sistema d'eixos de coordenades del pla seguint les instruccions següents: Surt de l'origen; en el primer pas es mou una unitat cap a la dreta (cap a l'est), tot seguit fa un pas de dues unitats cap amunt (al nord), el tercer pas és de tres unitats cap a l'oest, el quart de quatre unitats cap al sud, el cinquè altra vegada cap a l'est, però cinc unitats, i així successivament. En quin punt es trobarà després de 50 moviments?

(A) $(-25, 26)$ (B) $(25, 26)$ (C) $(26, 25)$ (D) $(25, -26)$ (E) $(26, -25)$

19.– Si escrivim tots els nombres enters de l'1 al 1000, quantes vegades escriurem la xifra 4?

(A) 110 (B) 300 (C) 121 (D) 200 (E) 100

20.– Quantes «paraules» podem formar, amb les lletres de KANGOUROU (que és el mot CANGUR en francès) si només volem «paraules» que tinguin consonants i vocals alternativament? (Adoneu-vos que la mateixa paraula KANGOUROU no compleix aquesta condició.)

(A) 320 (B) 480 (C) 640 (D) 720 (E) Una altra resposta

Cangur-98. *Nivell 3.* **Preguntes de 5 punts.**

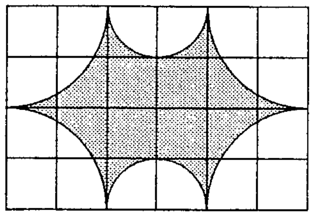
21.– En un rebost fosc hi ha 20 pots de melmelada. D'aquests, 8 són de maduixa, 7 de gerd i 5 de grosella. Quin és el nombre màxim de pots que en podreu prendre (en la foscor) si voleu estar segurs que, com a mínim, hi deixeu 4 pots d'una classe i 3 pots d'una altra?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

22.– Quina de les proposicions següents, relatives al nombre de diagonals d'un polígon convex, és certa?

(A) Existeix un polígon convex amb 28 diagonals
(B) Si el nombre de diagonals és imparell, llavors el nombre de costats és imparell
(C) El nombre de diagonals és sempre més gran que el nombre de costats
(D) Existeix un polígon convex amb 35 diagonals
(E) El primer polígon convex que té més de 100 diagonals té 17 costats

23.– Quin tant per cent de l'àrea total del rectangle representa la regió ombrejada, que està limitada per arcs de circumferència?



(A) $120 - \frac{125}{6}\pi$ (B) $200 - \frac{250}{6}\pi$ (C) $100 - \frac{125}{6}\pi$ (D) 47.1 (E) 52.9

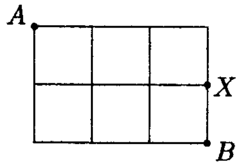
24.– Quants plans de simetria té un cub?

(A) 1 (B) 3 (C) 13 (D) 9 (E) 6

25.– Els dígits d'un nombre X de tres xifres són 1, 2 i 3 en algun ordre i els d'un altre nombre de tres xifres, Y, són 4, 5 i 6 en un cert ordre. Sabem que $X + Y$ és parell i que el segon dígit de X és un 2. Quina és la xifra de les unitats (la darrera) de $X \cdot Y$?

(A) No ho podem saber del cert (B) 2 (C) 6 (D) 5 (E) 4

26.– L'Anna camina per un enreixat de carrers com el que es mostra a la figura, limitat pels vèrtexs A i B, amb el benentés que només camina cap a la dreta o cap avall. Comença a caminar des d'A i en cada cantonada on pot escollir entre dos camins, tira una moneda enlaire; si surt cara va cap a la dreta i si surt creu, cap avall. Quina és la probabilitat que passi pel punt X?



(A) $\frac{5}{16}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{4}{10}$ (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{2}{3}$

27.– En una esfera de fusta de radi R dibuixem una circumferència amb un compàs obert amb el mateix radi R. Quina serà la longitud d'aquesta circumferència?

(A) πR (B) $\frac{3\pi R}{2}$ (C) $\pi R\sqrt{3}$ (D) $2\pi R$ (E) $2\pi\sqrt{3}$

28.– El nombre Φ, anomenat *el nombre d'or*, compleix $\Phi^2 = \Phi + 1$. Quant val Φ^5?

(A) $3\Phi + 1$ (B) $4\Phi + 2$ (C) $5\Phi + 3$ (D) $6\Phi + 4$ (E) $7\Phi + 5$

29.– Quins dels nombres següents és divisible per 7, qualssevol que siguin les xifres P i Q?

(A) $QQPPQP$ (B) $QPQPQP$ (C) $PQPPQQ$ (D) $QPPQQP$ (E) $PPPQQQ$

30.– En un triangle rectangle el radi del cercle inscrit és 2 i el radi del cercle circumscrit és 6.5. Quin és el seu perímetre?

(A) 30 (B) 36 (C) 28 (D) 31 (E) 29

Cangur-98. *Nivell 4.* Preguntes de 3 punts.

1.– Si $\cos x = 0.1$, $0 < x < \pi$, llavors $\sin x$ és igual a

(A) 0.9 (B) $0.3\sqrt{11}$ (C) 0.1 (D) $0.09\sqrt{11}$ (E) Un altre nombre

2.– Quants nombres entre 1 i 1 000 000 acaben en 1998?

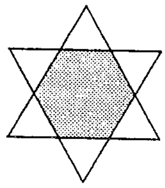
(A) 100 (B) 99 (C) 101 (D) 1001 (E) Un altre nombre

3.– Quina és la xifra de les unitats del nombre

$$1 + 1\cdot 2 + 1\cdot 2\cdot 3 + \cdots + 1\cdot 2\cdot 3\cdot \cdots \cdot 1998?$$

(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7 (E) 9

4.– L'estel regular de sis puntes de la figura és format per dos triangles equilàters. Si aquests triangles tenen una àrea de 36 cm^2, quina és, en cm^2, l'àrea de la regió ombrejada?

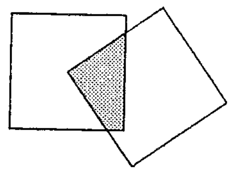


(A) 18 (B) 24 (C) 30 (D) 36 (E) 48

5.– En un rebost fosc hi ha 20 pots de melmelada. D'aquests, 8 són de maduixa, 7 de gerd i 5 de grosella. Quin és el nombre màxim de pots que podreu prendre (a les fosques) si voleu estar segurs que, com a mínim, hi deixeu 4 pots d'una mena i 3 pots d'una altra?

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

6.– El centre d'un quadrat 2×2 coincideix amb el vèrtex d'un altre quadrat 2×2. Quina és l'àrea comuna a aquests dos quadrats?



(A) Té un valor entre $\frac{1}{9}$ i 1 (B) 1
(C) Té un valor entre 1 i 1.25 (D) 1.25
(E) No es pot saber amb el que ens donen

7.– El valor de $\sqrt{18} + \sqrt{27}$ es pot expressar com

(A) $3\sqrt{5}$ (B) $3(\sqrt{2} + 3)$ (C) $45^{\frac{1}{4}}$ (D) $\sqrt{18 + \sqrt{27}}$ (E) Cap de les anteriors

8.– Un avi té més de 50 anys, però menys de 70 anys. Cadascun dels seus fills té el mateix nombre de fills que de germans. A més, la suma del nombre de fills i nets és igual a l'edat de l'avi. Quina edat té l'avi, i quants nets?

(A) 56 i 28 (B) 64 i 56 (C) 64 i 48 (D) 68 i 32 (E) Uns altres valors

9.– Les arrels de l'equació $x^2 + 3x + 5 = 0$ són α i β. L'equació que té per arrels $1/\alpha$ i $1/\beta$ és

(A) $x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{5} = 0$ (B) $5x^2 + 3x + 1 = 0$ (C) $15x^2 + x + 1 = 0$
(D) $x^2 + \frac{1}{3}x + 1 = 0$ (E) $x^2 + 3x + \frac{1}{5} = 0$

10.– Sigui $f(x) = x^{1998} - x^3 - 1997$. Quantes solucions (complexes) té l'equació $f(x) = 0$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 999 (E) 1998

Cangur-98. *Nivell 4.* **Preguntes de 4 punts.**

11.– Si tenim $\log_p a = 5$ i $\log_q(a^2) = 12$, llavors $\log_{pq}(a^3)$ és

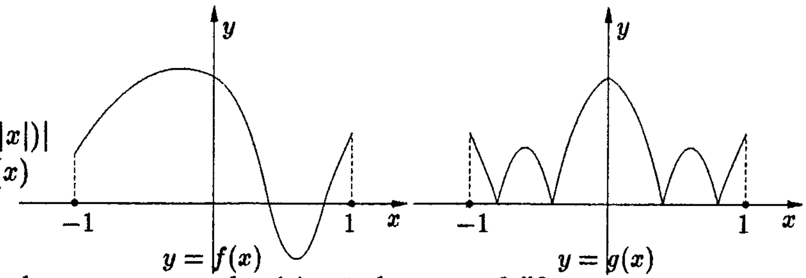
(A) 17 (B) $\frac{90}{11}$ (C) 60 (D) $\frac{11}{90}$ (E) Un altre valor

12.– La funció f satisfà $f(\frac{1}{x}) = \frac{x^2+1}{x}$ si $x \neq 0$. Aleshores, el valor de $f(\sqrt{x})f(-\sqrt{x})$, per $x > 0$, és:

(A) $-\frac{(x+1)^2}{x}$ (B) $\sqrt{\frac{x}{x+1}}$ (C) $\frac{x}{x^2+1}$ (D) $-\frac{x^2+1}{x}$ (E) $\frac{(\sqrt{x}+1)^2}{x}$

13.– La figura presenta els gràfics de dues funcions definides en l'interval $[-1, 1]$. Quina de les següents relacions és certa?

(A) $g(x) = f(|x|)$ (B) $g(x) = |f(|x|)|$
(C) $g(x) = |f(x)|$ (D) $g(x) = f^2(x)$
(E) Cap de les anteriors



14.– Quin dels enunciats és equivalent a "Si no plou, aquesta tarda visitaré el meu oncle"?

(A) "Si aquesta tarda plou, no visitaré el meu oncle"
(B) "Si he visitat el meu oncle, aquesta tarda no ha plogut"
(C) "Si no he visitat el meu oncle, aquesta tarda ha plogut"
(D) "Si no he visitat el meu oncle, aquesta tarda no ha plogut"
(E) "Si he visitat el meu oncle, aquesta tarda ha plogut"

15.– Trobeu totes les solucions de la desigualtat $(1 - |x|)(1 + x) > 0$.

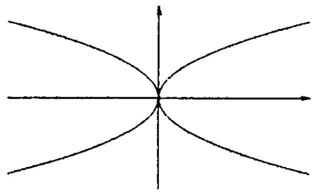
(A) $|x| < 1$ (B) $x < 1$ (C) $|x| > 1$ (D) $x < -1$ (E) $x < -1$ o $-1 < x < 1$

16.– Quants conjunts hi ha que estiguin formats per dos o més nombres enters positius consecutius, i la suma dels quals és 100?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

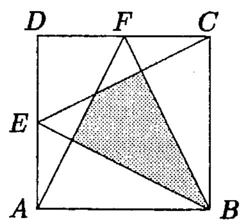
17.– Quantes de les gràfiques de les funcions $y = x^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = -\sqrt{x}$, $y = \sqrt{-x}$, $y = -\sqrt{-x}$, $y = \sqrt{|x|}$, $y = -x^2$ i $y = -\sqrt{|x|}$ es poden veure a la figura?

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8



18.– El costat del quadrat $ABCD$ és 15 cm. Els punts E i F són els punts mitjans dels costats AD i DC, respectivament. Quina és, en cm^2, l'àrea de la part ombrejada?

(A) 45 (B) 50 (C) 60 (D) 75 (E) 80



19.– Una de les mitjanes d'un triangle és igual al radi del cercle circumscrit. Llavors el triangle és:

(A) Acutangle (B) Obtusangle (C) Rectangle
(D) Acutangle o rectangle (E) Obtusangle o rectangle

20.– Si sumem a un cert nombre de dues xifres el nombre que resulta de l'anterior en intercanviar les dues xifres, s'obté un quadrat perfecte. Quants parells no ordenats d'aquests nombres podem formar?

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1 (E) Un altre nombre

Cangur-98. *Nivell 4*. Preguntes de 5 punts.

21.– Quins dels nombres següents és divisible per 7, qualssevol que siguin les xifres P i Q?

(A) $QQPPQP$ (B) $QPQPQP$ (C) $PQPPQQ$
(D) $QPPQQP$ (E) $PPPQQQ$

22.– Sabem que els dos polinomis quadràtics $f(x) = x^2 + ax + b$ i $g(x) = x^2 + cx + d$ són diferents i que $f(19) + f(98) = g(19) + g(98)$. Quantes solucions té l'equació $f(x) = g(x)$?

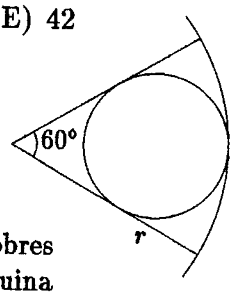
(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) Infinites

23.– El nombre enter positiu n més petit tal que el cub de costat 2 es pot embolicar amb un full quadrat de paper $n \times n$ és:

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 8

24.– Un paral·lelepípede rectangular té un volum de 72 cm^3. En dues cares oposades marquem diagonals no paral·leles. Quin és, en cm^3, el volum del tetràedre, contingut al paral·lelepípede, determinat per aquestes dues diagonals?

(A) 18 (B) 24 (C) 30 (D) 36 (E) 42



25.– Quin és el radi de la circumferència inscrita en un sector circular de radi r i angle de 60°?

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}r$ (B) $\frac{r}{2}$ (C) $\frac{r}{3}$ (D) $\frac{2}{3}r$ (E) $\frac{r}{4}$

26.– Un despistat escriu cinc cartes a cinc persones diferents però les posa en els sobres corresponents a l'atzar, sense fixar-se si posa cada carta al sobre del seu destinatari. Quina és la probabilitat que ningú rebi la carta correcta?

(A) $\frac{11}{30}$ (B) $\frac{41}{120}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{9}{30}$ (E) $\frac{43}{120}$

27.– De quantes maneres podem acolorir tots els vèrtexs d'un cub amb els colors vermell i groc? (Es considera que dos acoloriments són diferents si no es pot passar de l'un a l'altre per una rotació del cub.)

(A) 12 (B) 14 (C) 8 (D) 23 (E) 15

28.– Un enter positiu K té 100 xifres i és divisible per 9. La suma de les xifres de K és L, la suma de les xifres de L és M i la suma de les xifres de M és N. El valor de N és:

(A) 18 (B) 9 (C) 27
(D) Un dels nombres 9, 18, 27, que pot ser diferent per diferents valors de K (E) Cap dels anteriors

29.– Tenim diversos nombres escrits en una fila i de manera que la suma de 17 consecutius qualssevol és un nombre parell i la suma de 18 consecutius qualssevol és un nombre senar. Quina és la màxima longitud possible de la fila de nombres?

(A) 33 (B) 34 (C) 35 (D) 36 (E) Il·limitada

30.– Quin és el nombre màxim de plans que poden ser tangents a tres esferes que no tenen els centres sobre una línia recta i que dues a dues no tenen punts en comú?

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) Una infinitat

Les solucions

Cangur-96. *Nivell 1.*

1.– B	**6.**– C	**11.**– B	**16.**– E	**21.**– A	**26.**– A
2.– C	**7.**– B	**12.**– C	**17.**– A	**22.**– B	**27.**– C
3.– E	**8.**– E	**13.**– B	**18.**– A	**23.**– C	**28.**– E
4.– D	**9.**– B	**14.**– B	**19.**– D	**24.**– D	**29.**– B
5.– E	**10.**– E	**15.**– C	**20.**– C	**25.**– D	**30.**– E

Cangur-96. *Nivells 2 i 3.*

1.– D	**6.**– B	**11.**– E	**16.**– A	**21.**– B	**26.**– D
2.– C	**7.**– D	**12.**– E	**17.**– E	**22.**– B o C	**27.**– B
3.– B	**8.**– C	**13.**– C	**18.**– B	**23.**– C	**28.**– D
4.– C	**9.**– A	**14.**– D	**19.**– D	**24.**– E	**29.**– B
5.– C	**10.**– D	**15.**– E	**20.**– B	**25.**– A	**30.**– C

Cangur-97. *Nivell 1.*

1.– B	**6.**– C	**11.**– C	**16.**– D	**21.**– A	**26.**– D
2.– B	**7.**– D	**12.**– E	**17.**– C	**22.**– B	**27.**– E
3.– B	**8.**– C	**13.**– D	**18.**– C	**23.**– E	**28.**– B
4.– C	**9.**– A	**14.**– D	**19.**– C	**24.**– D	**29.**– D
5.– C	**10.**– B	**15.**– B	**20.**– D	**25.**– A	**30.**– A

Cangur-97. *Nivell 2.*

1.– B	**6.**– B	**11.**– A	**16.**– E	**21.**– A	**26.**– C
2.– C	**7.**– D	**12.**– B	**17.**– D	**22.**– E	**27.**– E
3.– C	**8.**– C	**13.**– D	**18.**– C	**23.**– B	**28.**– B
4.– D	**9.**– C	**14.**– E	**19.**– B	**24.**– C	**29.**– A
5.– B	**10.**– D	**15.**– B	**20.**– D	**25.**– B	**30.**– B

Cangur-97. *Nivell 3.*

1.– C	**6.**– B	**11.**– A	**16.**– B	**21.**– A	**26.**– C
2.– C	**7.**– A	**12.**– C	**17.**– E	**22.**– D	**27.**– D
3.– D	**8.**– D	**13.**– C	**18.**– D	**23.**– A	**28.**– A
4.– A	**9.**– C	**14.**– C	**19.**– B	**24.**– A	**29.**– E
5.– C	**10.**– B	**15.**– B	**20.**– E	**25.**– C	**30.**– A

Cangur-97. *Nivell 4.*

1.– C	6.– C	11.– D	16.– C	21.– C	26.– A
2.– C	7.– C	12.– D	17.– E	22.– A	27.– B
3.– A	8.– B	13.– B	18.– B	23.– C	28.– A
4.– B	9.– D	14.– C	19.– D	24.– B	29.– E
5.– B	10.– B	15.– D	20.– E	25.– E	30.– B

Cangur-98. *Nivell 1.*

1.– E	6.– D	11.– B	16.– D	21.– B	26.– A
2.– C	7.– A	12.– C	17.– E	22.– A	27.– B
3.– B	8.– C	13.– C	18.– B	23.– C	28.– B
4.– E	9.– D	14.– B	19.– B	24.– E	29.– C
5.– A	10.– C	15.– D	20.– C	25.– A	30.– A

Cangur-98. *Nivell 2.*

1.– B	6.– B	11.– A	16.– D	21.– C	26.– B
2.– A	7.– A	12.– D	17.– C	22.– D	27.– C
3.– B	8.– B	13.– D	18.– C	23.– D	28.– A
4.– C	9.– B	14.– D	19.– A	24.– D	29.– C
5.– E	10.– A	15.– B	20.– A	25.– D	30.– E

Cangur-98. *Nivell 3.*

1.– C	6.– C	11.– C	16.– D	21.– C	26.– A
2.– C	7.– B	12.– D	17.– D	22.– D	27.– C
3.– B	8.– C	13.– C	18.– B	23.– C	28.– C
4.– D	9.– D	14.– C	19.– B	24.– D	29.– B
5.– C	10.– B	15.– C	20.– D	25.– D	30.– A

Cangur-98. *Nivell 4.*

1.– B	6.– B	11.– B	16.– B	21.– B	26.– ~~B~~ A
2.– A	7.– E	12.– A	17.– C	22.– B	27.– D
3.– B	8.– B	13.– B	18.– C	23.– C	28.– B
4.– B	9.– B	14.– C	19.– C	24.– B	29.– A
5.– C	10.– E	15.– E	20.– A	25.– C	30.– D

Bibliografia

La Societat Catalana de Matemàtiques té com un dels seus objectius fomentar el gust per les matemàtiques entre l'alumnat de l'Educació Secundària. La resolució de problemes és, habitualment, el desllorigador d'aquesta tasca.
A Catalunya ja fa anys que té tradició l'Olimpíada Matemàtica. La SCM ha editat una publicació adreçada a la preparació d'aquest concurs –i a la resolució de problemes, en general– on trobareu també un resum de bibliografia sobre el tema.

- *Sessions de preparació per a l'Olimpíada Matemàtica.* Diversos autors, edició a cura de Josep Grané. Societat Catalana de Matemàtiques. Actualització anual. Cinquena edició, 1997.

Ara bé, ens ha semblat interessant incloure en aquest **Recull**, la bibliografia bàsica pel que fa a concursos de matemàtiques «de resposta ràpida», que ajudarà més directament en la preparació del **Cangur**.

- *Le Olimpiade della Matematica (Problemi dalle Gare Italiana).* Franco Conti. Zanichelli, 1994.
- *Cariboo College High School Mathematics Contest 1973-1992.* Jim Totten, ed. Cariboo College, Kamloops, British Columbia, Canada, 1992.
- *The Contest Problem Book I.* AHSME (American High School Mathematics Examinations). 1950-1960. Math. Ass. of America, 1961.
- *The Contest Problem Book II.* AHSME (American High School Mathematics Examinations). 1961-1965. Math. Ass. of America, 1966.
- *The Contest Problem Book III.* AHSME (American High School Mathematics Examinations). 1966-1972. Math. Ass. of America, 1973.
- *Concursos de Matemàticas.* Selecció i traducció de problemes plantejats a les competicions de l'AHSME, 1950-1972. Col·lecció *La Tortuga de Aquiles*, volums 8 i 9–10 (doble). Editorial Euler. Madrid 1996.
- *The Contest Problem Book IV.* AHSME (American High School Mathematics Examinations). 1973-1982. Math. Ass. of America, 1984.
- *AHSME annual pamphlets.*1983 a 1996. Committee of High School Contests. Math. Ass. of America.
- *AIME (American Invitational Mathematics Examination) annual pamphlets.* 1983 a 1996. Committee of High School Contests. Math. Ass. of America.
- *Competiciones Matemàticas en Estados Unidos.* Col·lecció *La Tortuga de Aquiles*, volum 11. Editorial Euler. Madrid 1996.
- *Canadian Mathematics Competition. Problems.* Vols. 1 a 6. Faculty of Mathematics, University of Waterloo, Ontario, Canada, 1993.
- *Mathematical Toolchest.* A.W. Plank, ed. Australian Mathematical Trust, 1993.
- *Problem solving via the AMC.* W. Atkins. Australian Mathematical Trust, 1992.
- *All the best from the Australian Mathematics Competition.* Australian Mathematical Competition, 1986.
- *More of all the best from the Australian Mathematics Competition.* Australian Mathematical Foundation, 1992.
- *Mathematics Competitions.* Vol 1, 1988 to Vol 8, 1995. Australian Mathematical Trust.

Recull **Cangur-98**

Edita la Societat Catalana de Matemàtiques
Filial de l'Institut d'Estudis Catalans

Barcelona, novembre de 1998